

# 目次

第1章	数値計算	
1-1	数値計算と誤差	
誤差・絶対誤差・相対誤差	.....	1
許容誤差	.....	1
丸めの誤差	.....	2
桁落ち	.....	2
打切り誤差	.....	3
1-2	数値計算の手順とPAD	
制御構造	.....	4
PADとFORTRAN	.....	7
第1章の問題	.....	9
第2章	非線形方程式	
2-1	非線形方程式	
線形方程式と非線形方程式	.....	11
2-2	ニュートン法	
ニュートン法の公式	.....	11
ニュートン法の収束性	.....	12
ニュートン法の収束判定	.....	14
縮小写像の原理	.....	14
ニュートン法の実際	.....	19
連立非線形方程式のニュートン法	.....	19
2-3	代数方程式	
代数方程式の基本的性質	.....	20
多項式とその導関数の値	.....	22
代数方程式のニュートン法	.....	26
アーバスの初期値	.....	28
DKA法	.....	31
第2章の問題	.....	31
第3章	連立1次方程式	
3-1	直接法と反復法	
直接法・反復法	.....	36
3-2	ガウスの消去法	
ガウスの消去法	.....	37
前進消去	.....	37
後退代入	.....	40
ピボット選択	.....	40
3-3	LU分解法	
LU分解	.....	41

LU分解法	41
ピボット選択	44
LU分解法の手順	44
3-4 コレスキー分解法	
コレスキー分解	44
改訂コレスキー分解	46
3-5 ベクトルのノルムと行列のノルム	
ベクトルのノルム	48
行列のノルム	49
3-6 ヤコビ法	
ヤコビ法の公式	51
ヤコビ法の収束性	53
3-7 ガウス・ザイデル法	
ガウス・ザイデル法の公式	55
ガウス・ザイデル法の収束性	56
3-8 SOR法	
SOR法	57
SOR法が収束するための必要条件	57
最適緩和係数	58
SOR法の手順	60
3-9 共役勾配法	
関数の最小値探索	60
対称行列の正定値性	60
最急降下法	63
共役勾配法	65
共役勾配法の収束判定条件	67
条件数	68
共役勾配法の手順	69
リスタート	70
非対称行列の共役勾配法	72
前処理つき共役勾配法	72
ICCG法	74
3-10 共役残差法	
共役残差法	75
高次の共役残差法	78
第3章の問題	78
第4章 行列の固有値問題	
4-1 固有値と固有ベクトル	
固有値と固有ベクトル	84
相似変換と固有値・固有ベクトル	86

4-2 簡単な行列の固有値計算	
簡単な行列の行列式	88
3重対角行列の行列式	89
スツルムの定理	90
3重対角実対称行列の固有値	93
ヘッセンベルグ行列の行列式	95
DKA法による固有値の計算	96
4-3 ヤコビ法	
実対称行列の対角化	99
対称行列の固有値・固有ベクトル	101
ヤコビ法の利点と欠点	104
4-4 ギブンス法	
ギブンス法	105
4-5 ハウスホルダー変換	
鏡映変換	109
ハウスホルダー変換	110
非対称行列のヘッセンベルグ行列化	114
4-6 ランチョス法	
実対称行列の3重対角化	115
非対称行列の3重対角化	117
4-7 固有ベクトルの計算	
絶対値最大の固有値と固有ベクトル	120
絶対値最小の固有値と固有ベクトル	121
3重対角行列の固有ベクトル	123
ヘッセンベルグ行列の固有ベクトル	123
一般の固有ベクトル	123
4-8 QR法とダブルQR法	
QR分解とQR法	124
QR法の収束性	127
ヘッセンベルグ行列のQR分解	128
原点移動による収束の加速	130
QR法の手順	131
ダブルQR法	135
ダブルQR法の収束性	139
ダブルQR法の原点移動量	140
ダブルQR法の手順	140
第4章の問題	146
第5章 数値積分	
5-1 数値積分の公式	
数値積分の公式	151

台形公式	151
シンプソンの公式	153
中点公式	157
5-2 補間多項式	
ラグランジュの補間多項式	158
差分商	159
前進差分	160
差分商の拡張	161
ニュートンの補間公式	162
補間多項式の誤差	164
エルミートの補間公式	165
5-3 ニュートン・コーツの公式	
ニュートン・コーツの閉型公式	167
ニュートン・コーツの開型公式	170
5-4 ロンバーグの積分法	
ロンバーグの積分法	171
ロンバーグの積分法の手順	175
5-5 ガウス型積分公式	
ガウス型積分公式	176
直交多項式	177
ガウスの積分公式	178
ガウスの積分公式の打切り誤差	179
ガウスの積分公式の分点と重み	179
ガウス型積分公式の重み	181
ガウス型積分公式の打切り誤差	182
5-6 2重指数関数型公式	
DE公式	190
DE公式の収束性	196
特異関数の数値積分	196
第5章の問題	198

付録A

付録A 1 高速フーリエ変換

A 1-1 サンデ・チューキー法	
離散化フーリエ変換	206
高速フーリエ変換	207
サンデ・チューキー法	208
ビット逆転	210
逆離散化フーリエ変換	212
A 1-2 クーリー・チューキー法	

クーリー・チューキー法	212
A 1-3 実数データのFFT	
実数データのFFT	214
実数データへのIFFT	217
A 1-4 基数が2以外のFFT	
基数rのFFT	218
付録A 1の問題	219

付録B FORTRANプログラム

## プログラム目次

第 1 章	数値計算	
第 2 章	非線形方程式	
	DKA法	1
第 3 章	連立 1 次方程式	
	ガウスの消去法 (部分ピボット選択)	2
	ガウスの消去法 (完全ピボット選択)	5
	LU分解法	7
	改訂コレスキー分解法	10
	ヤコビ法 (連立 1 次方程式)	12
	ガウス・ザイデル法	14
	SOR法	16
	共役勾配法 (正定値対称行列)	19
	共役勾配法 (非対称行列)	21
	共役残差法	24
第 4 章	行列の固有値問題	
	ヤコビ法 (対称行列の固有値問題)	27
	ギブンス法	30
	2分法による 3 重対角対称行列の固有値	33
	ランチョス法による対称行列の 3 重対角化	36
	ランチョス法による非対称行列の 3 重対角化	39
	QR法	42
	ダブルQR法	47
第 5 章	数値積分	
	台形公式	54
	シンプソンの公式	56
	ロンバーグ法 (補外法)	57
	ガウス・ルジャンドルの積分公式	59
	ガウス・ラゲールの積分公式	62
	ガウス・エルミートの積分公式	66
	2重指数関数型積分公式 (DE公式)	69
付録 A 1	高速フーリエ変換	
	サンデ・チューキー法 (高速フーリエ変換)	73
	クーリー・チューキー法 (高速フーリエ変換)	75
	実数データの高速フーリエ変換 (クーリー・チューキー法)	77