

## 目次

|                                 |          |
|---------------------------------|----------|
| 刊行にあたって .....                   | iii      |
| まえがき .....                      | v        |
| <b>第 1 章 非線形熱方程式の解の爆発</b> ..... | <b>1</b> |
| 1.1 反応拡散方程式と解の爆発 .....          | 1        |
| 1.1.1 反応拡散系 .....               | 1        |
| 1.1.2 解の爆発 .....                | 3        |
| 1.1.3 爆発の条件 .....               | 6        |
| 1.1.4 比較原理 .....                | 10       |
| 1.2 爆発の臨界指数 .....               | 12       |
| 1.2.1 藤田指数 .....                | 12       |
| 1.2.2 藤田指数の導出 .....             | 13       |
| 1.2.3 定理 1.1 の証明 .....          | 15       |
| 1.3 定常解と自己相似解 .....             | 17       |
| 1.3.1 セパレータ .....               | 17       |
| 1.3.2 定常解 .....                 | 18       |
| 1.3.3 前方自己相似解 .....             | 21       |
| 1.3.4 後方自己相似解 .....             | 24       |
| 1.4 解のダイナミクスと藤田指数 .....         | 26       |
| 1.4.1 前方自己相似方程式の線形化 .....       | 26       |
| 1.4.2 無限次元力学系 .....             | 27       |

|       |                      |    |       |                         |     |
|-------|----------------------|----|-------|-------------------------|-----|
| 1.4.3 | 1次元問題と符号変化           | 30 | 第3章   | 走化性モデルにおける集中現象          | 99  |
| 1.5   | ライフスパン               | 32 | 3.1   | 走化性と偏微分方程式モデル           | 99  |
| 1.5.1 | 大きな初期値に対するライフスパン     | 32 | 3.1.1 | 走化性                     | 99  |
| 1.5.2 | ライフスパンの高次の展開         | 35 | 3.1.2 | 偏微分方程式モデル               | 100 |
| 1.5.3 | 小さな初期値に対するライフスパン     | 37 | 3.2   | 解の集中現象に関する予想            | 104 |
| 1.5.4 | $p > p_F$ のときのライフスパン | 40 | 3.3   | デルタ関数的特異性をもつ爆発解の存在      | 106 |
| 1.6   | 増大解                  | 41 | 3.4   | 非負解の基本的性質と時間大域解の存在      | 110 |
| 1.6.1 | 増大解の存在と非存在           | 41 | 3.4.1 | 非負解の基本的性質               | 110 |
| 1.6.2 | 特異定常解                | 42 | 3.4.2 | 非負解の時間大域的存在             | 112 |
| 1.6.3 | 定常解の安定性              | 43 | 3.5   | 爆発点での解の集中               | 118 |
| 1.6.4 | 増大解の構成               | 45 | 3.5.1 | 孤立爆発点での解の集中             | 118 |
| 1.7   | その他の問題               | 46 | 3.5.2 | 球対称解の爆発点                | 127 |
| 参考文献  |                      | 48 | 3.5.3 | 爆発点の個数の評価               | 129 |
| 第2章   | 反応拡散系に現れる点凝集現象       | 51 | 3.6   | 方程式の単純化と解の集中現象          | 131 |
| 2.1   | 拡散誘導不安定化によるパターンの形成   | 51 | 3.6.1 | 有限時間で解が爆発するための条件        | 133 |
| 2.2   | 単独半線形楕円型方程式の最小エネルギー解 | 56 | 3.6.2 | 爆発点の個数の有限性と解の集中         | 135 |
| 2.3   | 最小エネルギー解の構造          | 66 | 3.7   | 今後の課題                   | 138 |
| 2.3.1 | 極限関数の候補              | 66 | 参考文献  |                         | 141 |
| 2.3.2 | 境界の曲率の影響             | 69 | 第4章   | 重力崩壊における臨界現象            | 145 |
| 2.3.3 | 最小エネルギー解の近似          | 73 | 4.1   | 非線形偏微分方程式系における臨界現象      | 145 |
| 2.4   | 最小エネルギーパターンの安定性      | 75 | 4.1.1 | 重力崩壊における臨界現象            | 145 |
| 2.4.1 | 特性方程式                | 77 | 4.1.2 | 非線形拡散方程式における臨界現象        | 146 |
| 2.4.2 | 定理の証明                | 81 | 4.2   | 重力崩壊における臨界現象とは?         | 150 |
| 付録    |                      | 85 | 4.3   | 完全流体の星の重力崩壊と臨界現象        | 152 |
| A     | 偏微分方程式論から            | 85 | 4.3.1 | 大きな問題設定：一般相対論における時間発展とは | 152 |
| B     | 拡散誘導不安定化             | 88 | 4.3.2 | 完全流体の球対称な系の定義と運動方程式     | 154 |
| C     | 1次元単独方程式の解           | 90 | 4.3.3 | 完全流体の重力崩壊               | 157 |
| D     | 非定常問題の解の有界性，爆発       | 96 | 4.3.4 | 臨界現象の発見                 | 159 |
| 参考文献  |                      | 97 | 4.3.5 | 統計力学における臨界現象            | 161 |

|       |                         |     |
|-------|-------------------------|-----|
| 4.4   | 臨界現象の「くりこみ群」による解釈 ..... | 161 |
| 4.4.1 | くりこみ変換の定義 .....         | 162 |
| 4.4.2 | 固定点, 自己相似解, 線形摂動 .....  | 164 |
| 4.4.3 | 臨界現象の解釈 .....           | 166 |
| 4.4.4 | 臨界指数の計算 .....           | 168 |
| 4.5   | 完全流体での計算例 .....         | 170 |
| 4.5.1 | 発展方程式の書き換え .....        | 171 |
| 4.5.2 | 自己相似解 .....             | 172 |
| 4.5.3 | 自己相似解のまわりの摂動 .....      | 175 |
| 4.5.4 | 臨界指数 .....              | 182 |
| 4.6   | その他の系と最近の発展 .....       | 182 |
| 4.6.1 | スカラー場の示す臨界現象 .....      | 182 |
| 4.6.2 | 異なるモデル間の普遍性 .....       | 185 |
| 4.6.3 | その他 .....               | 186 |
| 4.7   | くりこみ群の現状と今後 .....       | 187 |
|       | 参考文献 .....              | 189 |
|       | 索引 .....                | 193 |
|       | 執筆者紹介 .....             | 197 |