

	2.3.3 完全正規直交系	60
第 3 章	作用素	65
3.1	グラフと作用素	65
3.1.1	グラフ	65
3.1.2	線形作用素	67
3.1.3	線形作用素の連続性と有界性	68
3.1.4	閉作用素	71
3.2	汎関数の応用	73
3.2.1	汎関数と共役空間	73
3.2.2	Riesz の表現定理	77
3.2.3	Lax-Milgram の定理と弱解	81
3.2.4	弱位相	84
3.2.5	変分原理	87
3.3	スペクトル理論	89
3.3.1	有限次元の場合	89
3.3.2	レゾルベントとスペクトル	92
3.3.3	Dunford 積分	96
3.4	自己共役作用素	99
3.4.1	対称性と自己共役性	99
3.4.2	自己共役作用素のスペクトル分解	103
3.4.3	連続スペクトルの特徴, 連続スペクトルがないための 条件	110
第 4 章	関数空間と微分方程式	115
4.1	偏微分方程式の古典論	115
4.1.1	Cauchy-Kovalevskaia の理論	115
4.1.2	正則関数の空間	118
4.2	境界値問題	121
4.2.1	Sobolev 空間に関する補足	121
4.2.2	トレース定理	127
第 1 章	関数解析とは	1
1.1	関数をめぐって	1
1.1.1	極限を捉える理論	1
1.1.2	極限として捉えられる関数	3
1.1.3	抽象化される関数	5
1.1.4	関数の自由度とは	6
1.1.5	関数を操作する — 量子論を例として	8
1.2	関数解析の根本的な問題	14
1.2.1	コンパクト性の問題	15
1.2.2	分解可能性の問題	16
1.2.3	表現可能性の問題 行列イメージの延長において	20
1.2.4	表現可能性の問題 行列イメージの限界において	26
第 2 章	空間と位相	30
2.1	線形空間	30
2.1.1	一般化されたベクトルの空間	30
2.1.2	関数の線形空間とは	32
2.2	ノルム空間	33
2.2.1	ノルムと距離	33
2.2.2	Banach 空間	40
2.2.3	完備化	43
2.2.4	稠密性, 可分性	47
2.3	Hilbert 空間	51
2.3.1	内積によって定義されるノルム	51
2.3.2	射影	57

4.2.3	楕円型偏微分方程式の境界値問題	129
4.2.4	近似理論 —— Galerkin 法	135
4.3	発展方程式の初期値問題	138
4.3.1	力学理論	138
4.3.2	指数法則	142
4.3.3	半群理論	145
第 5 章	ベクトル場の理論	151
5.1	ベクトル場の関数空間	151
5.1.1	ベクトル場の幾何学的問題	151
5.1.2	ベクトル場の境界値問題 —— 変分原理による発見的 考察	154
5.1.3	ベクトル場のトレースおよび一般化された Gauss の 定理	158
5.2	ベクトル場と微分形式	160
5.2.1	関数空間の直和分解	160
5.2.2	電磁気学への応用	168
5.2.3	Clebsch 形式と力学への応用	170
第 6 章	非線形問題	175
6.1	非線形理論の基本原則	175
6.1.1	非線形とは	175
6.1.2	連続性から導かれること	176
6.1.3	Lipschitz 連続性から導かれること	181
6.2	単調作用素の理論	184
6.2.1	単調性と縮小性	184
6.2.2	非線形楕円型偏微分方程式	190
6.2.3	非線形発展方程式	194
6.3	保存則	198
6.3.1	運動と保存則	198
6.3.2	変分原理と Lyapunov 関数	203

6.3.3	無限次元 Hamilton 力学系と保存則	206
6.3.4	散逸系の場合 —— Navier-Stokes 方程式を例として	213

付録 A	基本的な関数空間	219
-------------	---------------------------	------------

付録 B	基本的な不等式	221
-------------	--------------------------	------------

付録 C	微分幾何学の基本的事項	223
-------------	------------------------------	------------

C.1	ベクトル場と微分形式	223
-----	----------------------	-----

C.2	外微分	225
-----	---------------	-----

C.3	閉微分形式と完全微分形式	228
-----	------------------------	-----

C.4	コホモロジー群	229
-----	-------------------	-----

参考文献	232
-------------	-----------	------------

索引	234
-----------	-----------	------------