

I 次元の源泉をたずねて 15

すべてはユークリッドにはじまる 16

ユークリッドの世界 18

空間は三つの次元をもつ……？ 21

ガリレイの「次元」論 22

ガリレイの限界 25

II デカルトの夢を追う 27

冬ごもりの宿で 28

高次元世界への道を開く 29

III 直線を切る 39

デカルトいわく…… 31

デカルト式空間計算術 31

デカルト式「空間は三次元である」——その証明 34

夢のゆくえ 37

怪物登場！ その名は $\sqrt{2}$  40

ピタゴラス派の栄光と苦悩 41

アキレスと亀 44

数学界の怪物——「無限」と「連続」 47

デデキント登場 48

エウドクソスの発想から 48

二〇〇〇年の目の壁 51

デデキントによる「連続性」の考え方 51

「切断」という卓見 54

直線は実数である 56

無限怪物に挑む 58

## IV カントールにおける自由のゆくえ 63

- 分数に番号をつける 64
- 実数は番号がつけられない 66
- 無限をかぞえる 68
- カントールの「集合論」 70
- デデキントとカントール 71
- 「次元」が混乱する 73
- 平面は直線である 74
- 点か？ 線か？ 78
- 線か？ 面か？ 81
- 面をうめる曲線 83
- 曲線が面積をもつ?! 87
- ジョルダン・シェーンフリースの定理 91
- カントールは定義する 92
- 地底国家スイスの怪 96
- ある美しき島の物語 98

## V 再び点から構成する 100

### 非ユークリッド空間から位相空間まで 103

- ある不思議な世界での体験 104
- 直線は円弧となる?! 106
- 一つだけ成り立たない公理 108
- 非ユークリッド幾何学誕生のいきさつ 110
- ヒルベルトの「幾何学基礎論」 112
- 存在と無矛盾 114
- 空間をつくる 115
- 現代数学における「手術」 119
- メービウスの帯 122
- ヒルベルト式道具 124
- 距離空間とは 129
- 位相空間への道 130
- 幾何はトポロジーにはじまる 135

## VI 不確実性の空間の誕生 139

- 青春のポアンカレ 140
- 晩年の思想の中で 143
- 空間の次元を考える 145
- 発想の転換 148
- 不確実性の空間の誕生 149
- 不確実性の空間における「連続」とは？ 152
- いろいろな不確実性の空間 153
- 不確実性の空間に次元を導入する 159
- 高次元の世界に旅立つ前に 162

## VII 石を敷く 167

- ルベীগは語る 168
- 次元不変性定理の証明 170
- 「ブロック」とはなにか 173
- ルベীগの敷石定理とは 176

## VIII 位相空間における次元 189

- 敷石定理の証明 その1 180
- 敷石定理の証明 その2 184
- 敷石定理からわかったこと 186
- B・U・M式次元論——創始者のプロフィール 190
- 可分距離空間 191
- B・U・M式次元論について 194
- 「境界」の意味すること 196
- いろいろな図形の次元 198
- 別の角度から次元をながめる 201
- 分離による次元の定め方 202
- L式次元の定義 204
- 次元の性質 206
- ヒルベルト空間 208
- n型メービウスの帯 209
- ポントリヤーギンのモデル 213

## IX

### 不確実性の空間における次元 221

再び不確実性の空間で——なぜ次元か？ 222

ポアンカレとホモロジーと次元 225

位相空間における単体 227

不確実性の空間の中の単体 229

不確実性の空間と位相空間との関係 232

## X

### 空間はなぜ三次元をもつか 235

問題の意味 236

数学と次元 238

カントの混乱 240

物理的空間と次元 242

知覚的空間と次元 245

問題の結論 247

あとがき 248