目 次

| は じ め に 1 |
|---|
| 本書の読み方 |
| 数学の発見 5 |
| 謝 辞6 |
| 本編へのプロローグ・・・・・・・・・・・・・・・・・10 |
| 1. フーリエ解析 篇の詩が世界を変える - · · · · · · · · · · · · · · · 12 |
| 1.1 一篇の数学的詩 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・14 |
| 補足① 数学的解析 15 |
| 1.2 たくさんの奇妙な関数 |
| 補足② フーリエ変換 18 フーリエ変換 20 /位相と振幅 21 /フーリエ変換 22 /複素数 23 /関数:それは f なのか,それとも $f(x)$ なのか? 24 |
| 1.3 自然現象の説明 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ |
| 補足③ フーリエ級数の収束と太陽系の安定性 27 数学的手品 28 / 発散 29 / 土星は太陽系から投げ出されることがあるだろうか 30 / 架空銀行預金口座 31 / 有理性と小さい除数 32 / KAM 定理 33 |
| 1.4 公共の利益 34 |
| 補足④ 積分によるフーリエ係数の計算 35 |
| 1.5 アカデミックか現実的か38 |
| 補足 ⑤ 高速フーリエ変換 41 低速フーリエ変換 42 / 速度をあげるための行列 43 / 巧妙な因数分解 45 |
| 2. 新しい道具の探求 ······ 50 |

iv

| | 2. 1 | 現実の歪曲51 |
|----|-----------------|--|
| | 2.2 | 隠されし時を求めて:窓付きフーリエ解析52 |
| | 2.3 | |
| | 2.4 | |
| | $\frac{1}{2.5}$ | |
| | 2.6 | 19 Today |
| | | #足⑥ 連続ウェーブレット変換 63 離散変換 66 |
| | 2.7 | タキトゥス対キケロ:直交性を求めて66 |
| | | #足⑦ 直交性とスカラー積 68 関数:無限次元空間の点 69 / スカラー積 70 / スカラー積による係数の計算 71 / それで積分は? 73 / 非直交基底 75 / 冗長性と直交性 76 / 複素ベクトルのスカラー積 76 #足⑧ 関数空間から関数空間への旅:ウェーブレットと純粋数学 77 アンリ・ルベーグ 77 / 超関数 79 / 関数空間 80 |
| 3. | 新 | fしい言語が文法を獲得する · · · · · · · · · · · · · · · · 84 |
| | 3. 1 | マザーかアメーバか?87 |
| | 補 | #足⑨ 多重解像度 88 フィルタ 89 /多重解像度の定義 91 /多重解像度を作る 95 /ハールの多重解像度 96 /スケーリング関数を作る 97 /ウェーブレット 98 /スケーリング関数「ファーザー」 99 /ウェーブレットなしにウェーブレット変換を計算する 100 |
| | 3. 2 | 速く計算する 101 |
| | 補 | #足⑩ バートとアデルソンのピラミッド・アルゴリズム 103 |
| | 3.3 | 見出された時:ドブシーのウェーブレット 104 |
| | | #足⑪ マルチ・ウェーブレット 108 #足⑫ 高速ウェーブレット変換 109 ハールのウェーブレット変換 111 /畳み込み 112 /畳み込みとウェーブレット変換 113 /もっと複雑なウェーブレット 115 /速さ:フーリエ対ウェーブレット 115 |
| | 3.4 | ハイゼンベルクの障害116 |
| | 襘 | #足⑬ ハイゼンベルクの不確定性原理と時間 周波数分解 118 時間-周波数表示 119 |

| 補足⑭ | 量子力 | J学 | 122 | | |
|-----|--------------|-----|--------------|------------|-----|
| 確率の | 言語 | 123 | /積分で表す確率 | 124 / 量子力学 | 126 |
| /不確 | 崔定性 原 | 理 | 128 / 物理空間での | 量子力学 128 | |

| 4. | 応 | 用133 |
|----|------|--|
| 4 | 4. 1 | フラクタルの作り方135 |
| 4 | 4. 2 | マーガレットを生かして雑草を刈る:雑音除去136 |
| 4 | 4.3 | ウェーブレットは存在しない142 |
| | | 足⑮ ウェーブレットと視覚:もう一つの観点 144 |
| | | 「ウェーブレット」で見る 145 /なぜウェーブレットなのか? 147 /どんなウェーブレットか? 148 /幾何学的変換による不変性 150 |
| | 1.4 | 情報を圧縮する 150 |
| 4 | 4.5 | 圧縮とウェーブレット154 |
| 4 | 4.6 | 計算を簡単にする156 |
| 4 | 4.7 | ウェーブレットと乱流157 |
| 4 | 4.8 | 先史時代の動物学158 |
| 4 | 4. 9 | 感覚的か謹厳か 158 |
| | 補力 | 足⑯ どんなウェーブレット? 160 |
| | | 表示方法 161 /レギュラリティ 162 /消失モーメント 162 /周波数選択性 163 |
| | , | / 向夜 奴迭扒住。 103 |
| 5. | ウ: | ェーブレットを超えて ‥‥‥‥‥‥‥‥‥‥ 168 |
| ļ | 5. 1 | ウェーブレット・パケット169 |
| ļ | 5. 2 | マルヴァール・ウェーブレット17(|
| | 補力 | 足⑰ ウェーブレット,音楽,音声 172 |
| ļ | 5.3 | 最良基底:ドライバーの選択173 |
| | 補力 | 足® 最良基底 175 |
| ; | 5.4 | 指紋とハンガリー舞曲178 |
| ļ | 5. 5 | 適切な単語180 |
| ļ | 5.6 | 未 来 182 |
| | 補力 | 足⑲ 情報の変換 185 |

| vi | 日 次 |
|-----|--|
| 付 | 録189 |
| A. | ギリシャ文字と数学記号189 |
| В. | 三角関数の定義189 |
| С. | 積 分193 |
| D. | フーリエ変換:さまざまな定義196 |
| E. | 周期的な関数のフーリエ変換197 |
| F. | 正規直交基底の例201 |
| G. | サンプリング定理の証明205 |
| Н. | ハイゼンベルクの不確定性原理の証明207 |
| | |
| 文 南 | 大紹介212 |
| 索 | 원[···································· |