

目次

序文	i
第 I 部 リーマン予想への助走	
第 1 章 有限ゼータ関数	3
第 2 章 無限への接近	8
第 II 部 リーマン予想とその歴史	
第 3 章 ピタゴラスからオイラーまで	15
第 4 章 リーマン	19
4.1 リーマンの業績	19
4.2 明示公式の一般化	25
第 5 章 リーマンの後	29
第 6 章 \mathbb{Z} -力学系のゼータ関数	
— リーマン予想の簡単な類似	35
6.1 やさしい事項の準備	35
6.1.1 線形代数からの準備	35
6.1.2 群論からの準備	38

6.1.3	微積分からの準備	40
6.1.4	複素関数論からの準備	42
6.2	\mathbb{Z} -力学系のゼータ関数の定義	43
6.3	\mathbb{Z} -力学系のゼータ関数の性質	46
第7章	\mathbb{R}-力学系のゼータ関数	56
第 III 部 リーマン予想からの発展		
第8章	合同ゼータ関数	61
8.1	有限体	61
8.2	メビウス反転公式と無理数の個数	62
8.3	グロタンディークとドリーニュの定理	65
第9章	セルバーグ跡公式	69
9.1	フーリエ変換とフーリエ展開	70
9.2	ポアソンの和公式とその威力	73
9.3	基本群と普遍被覆空間	78
9.4	セルバーグ跡公式の骨格	80
9.5	無限次行列の場合	82
9.6	合同ゼータとの関連	87
9.7	連続無限次の場合 (積分作用素)	89
9.8	跡公式としてのポアソン和公式	92
9.9	上半平面のセルバーグ跡公式	94
第10章	セルバーグ・ゼータ関数	106
10.1	セルバーグ・ゼータ関数の導出	106
10.2	リーマン予想が成り立つ仕組み	110
10.3	\mathbb{R} -力学系のゼータとしてのセルバーグ・ゼータ関数	116
10.4	$SL(2, \mathbb{Z})$ の跡公式とスペクトル理論入門	124
10.5	アイゼンシュタイン級数のフーリエ展開	136

10.6	スペクトルを用いた素数定理の別証	153
------	------------------	-----

第 IV 部 展望

第11章	絶対数学展望	161
11.1	絶対ゼータ関数	161
11.2	黒川テンソル積の実例	165
第12章	研究のすすめ	167
12.1	数学研究とは	167
12.2	問題の考察の例とヒント	169
読書案内		173
[1]	ゼータ関数をもっと知るために	173
[2]	オイラーを知るために	173
[3]	リーマン	174
[4]	ラマヌジャン	174
[5]	ゼータ関数の定番書	174
[6]	絶対数学入門	175
[7]	最近のリーマン予想の状況を知るために	175
あとがき		177