

目 次

第 1 章 序 論	1
1.1 事の起こり：Bethe の洞察	1
1.2 半世紀を経た復活：ロシアより I をこめて	6
1.3 組合せ論的逆散乱：ソリトン/string 対応	9
1.4 $q = 0$ ：Bethe 方程式の線形化	11
1.5 可積分な所以：小史	14
1.6 対称性を司るもの：量子群	17
1.7 パスを制御するもの：crystal	19
1.8 アイデアの宝庫：角転送行列	21
1.9 本書の構成	23
第 2 章 Crystal と組合せ R	24
2.1 Crystal	24
2.2 ヤング図, 半標準盤と $U_q(sl_{n+1})$ crystal	30
2.3 Robinson-Schensted-Knuth 対応	36
2.4 量子アフィン Lie 環の有限次元表現の crystal	44
2.4.1 Crystal B_l と B^k	45
2.4.2 Crystal $B^{k,l}$	48
2.5 組合せ R	50
2.5.1 定義と基本性質	50
2.5.2 組合せ R のアルゴリズム	54
2.5.3 \mathbb{Z} -不変性	58
2.5.4 組合せ R の因子化	59

第 3 章 パスと 1 次元状態和	62
3.1 諸種のパス	62
3.1.1 非制限パス	62
3.1.2 古典制限パス	63
3.1.3 レベル制限パス	67
3.2 一様パスの 1 次元状態和	69
3.3 B_1 の場合の明示式	72
3.4 表現論的意味	78
第 4 章 Fermi 公式	86
4.1 非一様なパス	86
4.2 パスの energy	87
4.3 1 次元状態和	91
4.4 Kostka-Foulkes 多項式	92
4.5 Fermi 公式	96
第 5 章 Kerov-Kirillov-Reshetikhin 全単射	99
5.1 背景: Bethe 方程式とルート系	99
5.2 Rigged configuration	100
5.3 highest パスと rigged configuration の全単射 ϕ^*, ϕ_*	104
5.3.1 削除と ϕ^*	105
5.3.2 付加と ϕ_*	111
5.3.3 証 明	113
5.4 半標準盤と rigged configuration の全単射	116
5.5 KKR 全単射の諸性質	118
5.5.1 R 不変性	118
5.5.2 (co)charge と (co)energy	120
5.5.3 highest と限らないパスへの拡張	121
5.5.4 テンソル積の rigged configuration	122

第 6 章 超離散タウ関数	124
6.1 charge による定義	124
6.2 KKR 写像の区分線形公式	126
6.3 行列式とタウ関数	127
6.4 超離散広田・三輪方程式の証明	130
第 7 章 ソリトン・セルオートマトン	133
7.1 箱 玉 系	133
7.1.1 高橋・薩摩の箱玉系	133
7.1.2 n 色箱玉系	135
7.2 $U_q(\widehat{sl}_{n+1})$ crystal による定式化	138
7.2.1 状態と時間発展	138
7.2.2 T_∞ の因子化	141
7.3 対称性と保存量	144
7.4 ソリトン	149
7.5 散乱規則	152
7.6 逆散乱法	157
7.6.1 時間発展の線形化	157
7.6.2 散乱データと rigged configuration	160
7.7 分配関数と Fermi 公式	162
7.8 超離散タウ関数と箱玉系	164
7.8.1 N ソリトン解	164
7.8.2 角転送行列の類似	165
7.8.3 T_∞ の双線形化	167
7.9 様々なソリトン・セルオートマトン	168
7.9.1 状態と時間発展の一般化	169
7.9.2 他のアフィン Lie 環への拡張	170
7.9.3 反射壁のあるソリトン・セルオートマトン	171
7.9.4 組合せ論的 Yang 系	172

第 8 章 周期箱玉系	175
8.1 状態と時間発展	175
8.2 作用・角変数	178
8.2.1 作用変数と等位集合	178
8.2.2 角変数と時間発展	180
8.3 線形化と初期値問題の解	182
8.4 内部対称性と基本周期	184
8.5 トーラスとその多重度	186
8.6 $q = 0$ での Bethe 根との関係	190
8.7 超離散 Riemann テータ関数による明示式	191
第 A 章 アフィン Lie 環, 量子展開環, 結晶基底	194
A.1 アフィン Lie 環	194
A.2 ルートデータ	194
A.3 古典部分代数	196
A.4 量子展開環	197
A.5 結晶基底	198
文 献	201
索 引	207