

目次

第 0 章	リーマン予想・ゼータ関数・分配関数	1
0.1	リーマン予想	1
0.2	ゼータ関数	2
0.3	分配関数	2
0.4	三者の関連と展開	3
第 1 章	ボア兄弟の 1913 年：ゼータ関数と分配関数	4
1.1	ニールス・ボアと量子力学	4
1.2	ハラル・ボアとゼータ関数	5
第 2 章	ゼータ関数の零点	7
2.1	素数が無限個あること	7
2.2	オイラーの研究	10
2.3	リーマンの研究	11
2.4	リーマン予想	12
2.5	素数定理の証明と零点問題	14
2.6	ボア・ランダウの定理	15
第 3 章	分配関数の零点	22
3.1	リー・ヤンの定理とは	22
3.2	実例の計算	23
3.3	リー・ヤンの定理の証明	28
第 4 章	ゼータ関数と分配関数の一致	34
4.1	本章の目的	34
4.2	数列空間上の作用素 C^* -環	35
4.3	\mathbb{Q} -格子の同値関係の亜群 C^* -環	47
4.3.1	\mathbb{Q} -格子とは	47
4.3.2	亜群	50
4.3.3	亜群 C^* -環	54
4.3.4	時間発展	57
4.4	ヘッケ環から作る C^* -環	58
4.4.1	ヘッケ環	58
4.4.2	時間発展	59
4.4.3	亜群 C^* -環との関係	60
4.4.4	\mathbb{Z} の完備化の乗法群の作用	65
4.5	数論的多元環とアイゼンシュタイン級数類似	66
4.6	類体論	82
4.6.1	クロネッカー・ウェーバーの定理	82
4.6.2	KMS 状態と類体論	86
4.7	虚 2 次体への一般化	89
第 5 章	ウィッテン・ゼータ関数	104
5.1	ウィッテン・ゼータ関数	105
5.2	ボア・コンパクト化	115
5.3	ボア・コンパクト化とウィッテン・ゼータ関数	116
第 6 章	関数等式・保型性・双対性	118
6.1	関数等式	118
6.2	保型性	120
6.3	双対性	123
第 7 章	展望と読書案内	124
7.1	展望	124
7.2	読書案内	126
	演習問題の解答	128
	索引	131