目　次

第 1 章　導入：ミクロ・マクロ双対性 **1**
1.1　物理的自然の数学的記述と量子論 1
1.2　「ミクロ・マクロ双対性」とは？ 3
1.3　（第 2 章）量子論の代数的定式化–ミクロとマクロの共存と境界– 4
1.4　（第 3 章）測定過程と Born 統計公式 5
1.5　（第 4 章）対称性とその破れ 5
1.6　（第 5 章）参照基準系と動力学 6
1.7　（第 6 章）量子系における統計的解析 6
1.8　（第 7 章）量子場理論入門 6
1.9　双対性を巡る理論構築における圏論の役割 * 7

第 2 章　量子論の代数的定式化–ミクロとマクロの共存と境界– **9**
2.1　代数的定式化 9
2.1.1　物理量代数と状態 9
2.1.2　代数の表現と GNS 構成定理 14
2.2　セクター理論と相概念 23
2.2.1　表現の準同値，中心とセクター 23
2.2.2　（準）中心測度と確率論的記述 26

第 3 章　測定過程と Born 統計公式 **40**
3.1　合成系と測定過程 40
3.1.1　合成系とテンソル積 40
3.1.2　物理量のスペクトルと測定過程 44
3.2　Born 統計公式と事象 55
3.2.1　一般化された Born 統計公式と事象 55
3.2.2　Born 統計公式とスペクトル同値性 59
3.3　理想測定とその力学系による考察：Fourier 双対性の物理的実現 63

第 4 章　対称性とその破れ **68**
4.1　対称性とは何か？その起源と破れ 68
4.2　対称性変換の代数的定式化 71
4.3　亜群による対称性変換 73

4.3.1 代数への群・亜群の作用= 力学系と接合積 77
4.3.2 Hilbert 加群による冨田分解定理の書き直し 84
4.4 対称性実現の諸形態 88
4.4.1 対称性の破れ 88
4.4.2 状態の G-不変性と力学系の共変表現 90
4.4.3 G-準不変性と運動学 vs. 動力学 92
4.4.4 対称性の破れの判定基準とマクロ化の様相 94
4.5 対称性変換の具体例 Poincaré 群 97
4.6 セクター理論の一般的本質 101
4.6.1 物理におけるガロア理論 – 見える G-不変量 vs. 見えない G-可変量 – . . . 102
4.6.2 対称性の破れと相分離= 創発 103

第 5 章 参照基準系と動力学 105
5.1 スケール・過程的時間と記述可能な構造の関係 105
5.2 参照基準系と運動学 107
5.2.1 運動学的記述と対称性 107
5.2.2 内在化原理に基づく参照基準系の物理量代数の同定 110
5.2.3 拡大された Galilei 群とそのユニタリー表現 114
5.2.4 補足：Stone-von Neumann の定理について 125
5.3 相互作用表示と時間発展 126
5.3.1 過程的時間から 1 パラメータの時間へ 126
5.3.2 亜群による時間の量化と相互作用表示 128
5.4 動力学論考：多様な系の記述を目指して 134
5.4.1 不可逆性と半群による時間発展の記述 134
5.4.2 動力学の統一的記述と圏・函手・自然変換 136
5.5 具体例 137
5.5.1 調和振動子 138
5.5.2 電磁場の外場的扱いと $U(1)$ ゲージ 141

第 6 章 量子系における統計的解析 143
6.1 冨田竹崎理論入門：超速習コース * 143
6.2 相対エントロピーとセクター理論 148
6.2.1 相対エントロピーの定義と性質 148
6.2.2 日合・大矢・塚田の定理 152
6.3 独立性：状態準備とデータ解析からの一考察 153
6.4 量子系における大偏差原理 155

第 7 章 量子場理論入門 * 161
7.1 量子場とは？ 161
7.1.1 Wightman 量子場の公理系 163
7.1.2 荒木-Haag-Kastler の代数的量子場理論 165
7.2 セクター理論：対称性の起源= セクター構造 * 168
7.3 対称性の破れとその機能 * 173
7.3.1 セクター概念の拡張 173
7.3.2 対称性の自発的破れと “Augmented Algebra” 174
7.4 対称性の明示的破れ * 178
7.4.1 逆温度 β はアプリオリ・パラメーターか物理量か? 180
7.4.2 破れたスケール不変性の記述 181
7.4.3 状態のスケール変更 182
7.5 対称性の自発的破れ vs. 明示的破れ 184
7.6 散乱理論 186
7.6.1 $E = mc^2$ の意味?: 独立性の“単位”としての自由粒子 187
7.6.2 自由場= 独立性 vs. 相互作用= coupling 188
7.6.3 Heisenberg 場の特徴づけ 190
7.6.4 漸近条件と Yang-Feldman 方程式 191
7.6.5 Haag-GLZ 展開 192
7.6.6 Coupling term : $T\exp(iJ_H \otimes \phi^{in})$: の可換構造 194
7.6.7 Lie 環構造 195
7.6.8 相互作用による対称性 Γ の破れ 196
7.6.9 散乱過程と instrument との比較 197
7.6.10 ミクロ・マクロ双対性としての中心極限定理 198
7.6.11 境界値= 漸近場 対 ϕ^{in}/ϕ^{out} から相互作用場 φ_H へ 199
7.6.12 局所可換性，PCT 不変性，S 行列と Borchers 同値類 200

付録 A 位相群の表現論 $+\,\alpha$ 202
A.1 位相群と不変測度 202
A.2 位相群の表現論 204
A.2.1 基本事項 204
A.2.2 誘導表現 207
A.3 参考文献の紹介 209

索 引 211