

目次

記法・公式・定理のまとめ x

0. オーバービュー 1

- 0.1 幾何化予想 1
- 0.2 ハミルトンプログラム 7
- 0.3 ベレルマンによるリッチフローへのアプローチ 12

Part I リッチフローの基礎理論・ \mathcal{W} エントロピー・ 簡約体積関数とその応用

1. リッチフローの基礎事項 23

- 1.1 リッチフローの定義 23
- 1.2 短時間存在と一意性 24
- 1.3 リッチソリトン 28
- 1.4 共役熱作用素とリッチフローの特徴づけ 33
- 1.5 曲率テンソルの時間発展 34
- 1.6 最大値原理 46

2. テンソルに対する最大値原理と 3 次元リッチフローのピンチング 51

- 2.1 テンソルに対する最大値原理 51
- 2.2 非負リッチ曲率は 3 次元完備曲率有界なリッチフローで保たれる 53
- 2.3 正のリッチ曲率をもつ 3 次元多様体のピンチング 56
- 2.4 3 次元閉多様体上のリッチフローのピンチングに関する
ハミルトン・アイビーの定理 60

3. リッチフローの曲率の局所勾配評価とリッチフローの列の幾何収束 65

- 3.1 シイの局所勾配評価 65
- 3.2 リッチフローの列の幾何収束 69

4. リッチフローの勾配流解釈とその応用 73

- 4.1 リッチフローの勾配流解釈とブリーザー解の非存在 74
- 4.2 非局所崩壊定理 95
- 4.3 統計的解釈 102

5. リーマン幾何的熱浴, \mathcal{L} 幾何, ハルナック不等式 107

- 5.1 リーマン幾何的熱浴 107
- 5.2 ベレルマンの \mathcal{L} 幾何とハミルトンのハルナック不等式 120

6. 伝播型非局所崩壊定理, 微分形の単調性公式, 擬局所性定理 145

- 6.1 リッチフローのもとでの距離関数の変化 145
- 6.2 非局所崩壊定理 4.2.4 の弱形の別証明 148
- 6.3 伝播型非局所崩壊定理 153
- 6.4 単調性公式の局所化とその応用 157
- 6.5 \mathcal{W} 汎関数と共役熱方程式の基本解によるリッチフローの弱い意味での
特徴づけ 171

7. κ 解——非負曲率作用素をもち κ 非崩壊な古代解 178

- 7.1 κ 解の漸近ソリトン 178
- 7.2 漸近スカラー曲率比と漸近体積比 191

8. 3 次元 κ 解 202

- 8.1 3 次元 κ 解の集合のコンパクト性 202
- 8.2 3 次元 κ 解の構造 207

9. 3 次元リッチフローの標準近傍定理 218

- 9.1 標準近傍定理 218
- 9.2 標準近傍定理の局所版と前方および後方曲率評価 227

Part II 幾何化予想の解決

10.	いろいろな定義・記号	239
11.	3次元 κ 解の分類	242
11.1	漸近ソリトンの分類	243
11.2	κ 解の分類	244
12.	\mathbb{R}^3 の標準解	248
12.1	標準帽化シリンダー計量	248
12.2	\mathbb{R}^3 の標準解の性質	251
13.	最初の特異時刻におけるリッチフロー解の構造	258
13.1	極限リーマン多様体	258
13.2	極限リーマン多様体の構造	260
14.	カットオフつきリッチフロー	264
14.1	極限計量における ε 角部の長さ	264
14.2	カットオフつきリッチフローの定義	267
14.3	標準近傍半径とカットオフ半径	270
14.4	カットオフつきリッチフロー	272
15.	カットオフつきリッチフローにおけるピンチング条件と標準近傍条件	279
15.1	カットオフつきリッチフローにおけるピンチング条件	279
15.2	カットオフつきリッチフローにおける標準近傍条件	280
16.	カットオフつきリッチフローの長時間における振舞い (I)	290
16.1	初期計量のスカラー曲率が非負の場合	290
16.2	スカラー曲率が負の領域がいつまでも残る場合	291
17.	カットオフつきリッチフローの長時間における振舞い (II)	303
17.1	双曲計量への取束	303
17.2	広部 狭部分解	308
17.3	体積有限完備双曲多様体の剛性と広部の安定性	311

17.4	広部の境界に現れるトーラスの非圧縮性	317
17.5	グラフ多様体	320
18.	カットオフつきリッチフローにおける作用素 $-4\Delta + R$ の第 1 固有値	330
18.1	カットオフつきリッチフローの作用素 $-4\Delta + R$ の第 1 固有値	330
18.2	スペクトル不変量と 3 次元閉多様体の位相型	336
参考文献		341
索引		347