目　次

第1部　序　1

第1章　微分方程式の基本的近似解法とその破綻　2

1-1　摂動法 2

1-2　摂動法の破綻 I　永年項問題 10

1-3　摂動法の破綻 II　構造的特異摂動問題 17

第1章の演習問題 19

第2部　漸近級数　21

第2章　漸近級数　22

2-1　漸近級数の実用的側面 —関数の値を精度よく評価する 22

2-2　漸近関係と関数の相対的大きさに関する記号 29

2-3　漸近級数展開 33

2-3-1　漸近関数列 33

2-3-2　漸近級数の定義 33

2-3-3　漸近級数の性質 35

2-3-4　漸近関係・漸近級数の一様性　特異摂動展開 40

2-4　代数方程式の特異摂動問題 44

第2章の演習問題 46

第3章　積分の漸近級数展開　48

3-1　部分積分法 49

3-2　ラプラス積分　ラプラス変換とラプラスの方法 51

3-3　フーリエ積分と停留位相法 60

3-4　複素積分　等位相法 65

3-5　統計学・統計物理学への応用 70

第3章の演習問題 78

第3部　特異摂動法（微分方程式の体系的近似解法）　81

第4章　境界層理論・漸近接続　83

4-1　流体の境界層と境界層理論 84

4-2　微分方程式の近似解法としての境界層理論—基本解法 89

4-3　境界層理論の数学的意味　漸近接続 94

4-4　内部境界層 100

4-5　非線形境界層問題 107

4-6　宇宙工学への応用 112

4-7　流体中の微小粒子に働く流体力（再び流体力学への応用） 117

第4章の演習問題 119

第5章　WKB 法　120

5-1　量子力学の WKB 法 120

5-2　WKB 法の一般化　局所破綻と広域破綻　指数関数型の解 124

5-3　シュレディンガー型方程式 127

5-4　シュトゥルム-リゥヴィルの固有値問題 130

5-5　線形境界層問題 136

5-6　転回点問題　トンネル効果 138
5-7　非斉次線形微分方程式 147
第 5 章の演習問題 149

第 6 章　複スケール解析　151

6-1　永年項問題の解決 151
6-2　複数の時間（長さ）スケールの導入 154
6-3　ダフィン方程式 158
6-4　ファン・デル・ポール方程式 162
6-5　境界層問題 167
6-6　複スケール系列の一般化　WKB 法問題 170
6-7　宇宙工学への応用 175
第 6 章の演習問題 178

第 7 章　特異摂動法による海の波の解析（さらに音響工学・地震学への応用）　180

7-1　支配方程式 181
7-2　境界条件 183
7-3　微小振幅波（線形波） 184
7-4　一定水深の海面を伝わる単色進行波 184
7-5　うなり（振幅変調）：振動数の分布をもつ波［複スケール解析］ 186
7-6　ゆるやかに変化する海底の上を進む単色波［WKB 法問題］ 192
7-7　港湾・海岸の線形長波 199
7-8　細長い矩形水路で共鳴する長波：開口端補正［漸近接続］ 202
7-9　音響工学・地震学への応用 213
第 7 章の演習問題 216

付録 A.　特殊関数　217

A-1　ベッセル関数 217
A-2　変形ベッセル関数 220
A-3　ガンマ関数 222
A-4　放物円筒関数 223
A-5　エィリー関数 223
A-6　ヤコビの楕円関数 225
A-7　フレネル積分と誤差関数 226

付録 B.　常微分方程式の厳密解を得る基本公式　228

B-1　1 階非斉次線形微分方程式 228
B-2　2 階斉次線形微分方程式 228
B-3　2 階非斉次線形微分方程式 229
B-4　3 階斉次線形微分方程式　階数降下法 229
B-5　自律系（非線形）微分方程式 230

演習問題の解答　231

参考文献　248

数学・物理学者年表　252

索　　引　253