

序 章	矩形行列の行列式って？	1
0.1	列数が 1 の場合	1
0.2	列数が 2 の場合	2
0.3	列数が 3 の場合	5
0.4	一般展開式	6
0.5	矩形行列の行列式の性質	7
0.6	矩形行列の行列式の応用例	8
第 1 章	正方行列の行列式から矩形行列の行列式へ	11
1.1	用語と記号の準備	11
1.1.1	集合と写像の用語	11
1.1.2	ベクトルの話	12
1.2	ベクトルと行列	13
1.2.1	ベクトルの基本事項	13
1.2.2	行列とは	17
1.2.3	さまざまな行列	18
1.2.4	行列の基本演算	20
1.3	正方行列の行列式	30
1.3.1	正方行列の行列式の定義	31
1.3.2	$n$ 次正方行列の行列式の値	35
1.3.3	正方行列式の基本性質と特徴付け	41

1.3.4	正方行列式の性質	49	2.3.3	簡単な例	121
1.4	矩形行列の行列式	54	2.3.4	一般行列式展開と符号	123
1.4.1	矩形行列の行列式の定義	55	2.4	基本公式	125
1.4.2	矩形行列式の正方行列式による展開	61	2.4.1	射影 $P_c$ と等長変換 $E_c$	126
1.4.3	矩形行列式の基本性質	63	2.4.2	Cullis 行列式の特徴付け	131
1.4.4	1.4 節の補足	65	2.4.3	行ベクトルに関する性質	136
1.5	正方行列の対角化	67	2.5	一般ラプラス展開	144
1.5.1	部分ベクトル空間とその次元	68	2.5.1	各種ラプラス展開	144
1.5.2	直交行列	70	2.5.2	矩形行列の交代冪行列	149
1.5.3	実ベクトル空間から複素ベクトル空間へ	72	2.6	矩形行列式の右乗法性	155
1.5.4	固有値と固有ベクトル	75	2.6.1	行列式の右乗法性	156
1.5.5	自己随伴行列の対角化	79	2.6.2	$n \times (n - 1)$ 等長行列式の意味	158
1.5.6	正定値行列	80			
<b>第 2 章</b>	<b>Cullis 行列式の一般的な取り扱い</b>	<b>83</b>	<b>第 3 章</b>	<b>Cullis 行列式の幾何学的解釈と一般逆行列</b>	<b>161</b>
2.1	内積空間と線形変換	84	3.1	グラスマン代数	162
2.1.1	縦ベクトルのベクトル空間	84	3.1.1	ベクトル空間のテンソル積	162
2.1.2	線形変換	86	3.1.2	テンソル積ベクトルの交代化	168
2.1.3	ベクトル空間と座標	88	3.1.3	分解可能 $k$ ベクトルの基礎的性質	171
2.1.4	双対空間	91	3.1.4	グラスマン代数の定義	175
2.1.5	内積空間	92	3.2	Cullis 行列式とグラスマン代数	179
2.1.6	横ベクトルのベクトル空間	98	3.2.1	Cullis 行列式と Cullis 基底	180
2.1.7	直和	100	3.2.2	余 Cullis 行列式	185
2.2	線形変換の名前と諸性質	101	3.2.3	ホッジ作用素	186
2.2.1	線形変換の名前	101	3.2.4	分解可能ベクトルの特徴付け	193
2.2.2	スペクトル	106	3.3	グラスマン代数への線形作用	195
2.2.3	核と余核と極分解	107	3.3.1	生成作用素と消滅作用素	195
2.2.4	多重線形汎関数と多重線形変換	113	3.3.2	$\Gamma$ 作用と交代冪行列	202
2.3	矩形行列の行列式再論	116	3.3.3	Cullis 基底を用いた別証明	206
2.3.1	置換 (並べ替え) の符号	116	3.4	Cullis 行列式の幾何学的性質	211
2.3.2	Cullis 行列式の再定義	119	3.4.1	非退化な矩形行列のファイバー	212
			3.4.2	Cullis 行列式の双対性	213

3.4.3	指向性球面 . . . . .	219	B.2	スティーフェル多様体と Cullis 行列式 . . . . .	308
3.4.4	指向性の最大・最小 . . . . .	222	付録 C	回転群上の不変積分 . . . . .	311
3.4.5	ファイバー内での行列式の不変性 . . . . .	229	C.1	曲面上の積分 . . . . .	312
3.5	一般逆行列への応用 . . . . .	232	C.2	球面上の積分 . . . . .	313
3.5.1	一般逆行列の定義 . . . . .	232	C.3	オイラー角 . . . . .	317
3.5.2	ムーア-ペンローズ逆行列 . . . . .	236	C.4	オイラー角と球面座標 . . . . .	320
3.5.3	Cullis 行列式の応用 . . . . .	239	C.5	$SO(n)$ 上の不変積分 . . . . .	322
3.5.4	規格左余因子行列とムーア-ペンローズ逆行列 . . . . .	242	C.6	不変積分の規格化 . . . . .	324
第 4 章	Cullis 行列式の話 . . . . .	249	付録 D	解答例 . . . . .	327
4.1	矩形行列式の左乗法性 . . . . .	249	付録 E	ミュール卿の書物より . . . . .	345
4.2	Cullis 行列式の指向性の左平均 . . . . .	256	付録 F	線形代数のあゆみ . . . . .	349
4.2.1	球面上の積分 . . . . .	257	F.1	概観 . . . . .	349
4.2.2	$SO(3)$ のオイラー角 . . . . .	260	F.2	シルベスターの終結式について . . . . .	353
4.2.3	$SO(3)$ 上の不変積分 . . . . .	263	参考文献		355
4.2.4	一般の場合 (付録 C より) . . . . .	264	索引		357
4.2.5	指向性の左平均 . . . . .	266			
4.3	積み上げ行列の行列式 . . . . .	275			
4.3.1	単位行列の積み上げ行列 . . . . .	276			
4.3.2	同一行列の積み上げ行列 . . . . .	283			
付録 A	複比とプリュッカー関係式 . . . . .	287			
A.1	複比 . . . . .	287			
A.1.1	集合 $\text{Proj}^1(\mathbb{R}^2)$ における複比 . . . . .	287			
A.1.2	複比の意味 . . . . .	289			
A.1.3	集合 $\text{Proj}^1(\mathbb{R}^3)$ の図形 . . . . .	291			
A.1.4	射影幾何とは . . . . .	292			
A.2	高次元射影空間での複比 . . . . .	294			
A.3	プリュッカーの関係式 . . . . .	296			
付録 B	グラスマン多様体上の主ファイバー束 . . . . .	303			
B.1	スティーフェル多様体とグラスマン多様体 . . . . .	303			