

目次

まえがき	i
記号表	xi

リー環の話

1. リー環の定義

1. 環と代数	3
2. リー環の定義	5
3. リー環の例	8

2. 部分環, イデアル, 準同型

1. 部分環	13
2. イデアル	15
3. 準同型	16
4. 商環と標準的準同型	20

3. 可解環, ベキ零環, エンゲルの定理

1. 可解リー環の定義	25
2. 可解リー環の性質	28
3. 巾零リー環	29
4. 巾零リー環の性質	30
5. 表現についての考察	32
6. 定理 6 の証明	34

4. リーの定理とリー環の複素化	
1. リーの定理	37
2. 一般の体の上のリー環	40
3. 複素数体上のリー環	42
4. 複素リー環の実型	44
5. 実リー環の複素化	45
6. 複素化の性質	47
5. シュヴァレーのレプリカとカルタンの判定条件	
1. リー環のキリング形式	49
2. カルタンの判定条件	51
3. ジョルダン分解, 半単純成分と巾零成分	52
4. シュヴァレーのレプリカ	56
5. 定理1の証明	58
6. 根基と半単純リー環	
1. リー環の根基	62
2. 半単純リー環の定義	63
3. 半単純性に関するカルタンの判定条件	64
4. 半単純リー環の直和分解	68
5. 単純リー環	71
7. 半単純リー環の表現の完全可約性	
1. 半単純リー環の単純分解	74
2. 完全可約表現と完約リー環	77
3. ワイル (H. Weyl) の定理	80
4. 定理4の証明 (既約, 忠実表現の場合)	82
5. 定理4の証明 (一般の場合)	85
8. 半単純リー環のルート分解	
1. 半単純リー環における s -元と n -元	87
2. 半単純リー環のルート分解	91
3. 極大 s -部分環 (カルタン部分環)	93
4. ルートの性質	95
9. 半単純リー環のルート分解 (つづき)	
1. 前章の復習	98
2. $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ のルート分解	99
3. $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$ の表現	101
4. ルート分解の性質	106
10. ルート系とワイル群	
1. ルート系の性質	110
2. 抽象的ルート系	114
3. ルート系の例	117
4. ワイル群	120
11. ルート系の底とワイル群の生成元	
1. 実ベクトル空間の線形順序	123
2. ルート系の底	126
3. ワイル群の生成元	130
4. ワイルの部屋	132
12. ルート系の分類	
1. ルート系の可約性	138
2. ディンキン図形	141
3. 既約な基本形の分類	144
4. 複素単純リー環の存在	152

13. シュヴァレー底とその応用

1. 複素半単純リー環の構造定数154
2. 構造定数のみならず関係式156
3. 半単純リー環の同型定理160
4. シュヴァレー型半単純リー環と種々の実型165

14. 半単純リー環の自己同型群

1. 半単純リー環の微分環168
2. \mathfrak{g} の微分環と自己同型群170
3. カルタン部分環の共約性172
4. \mathfrak{g} の外部自己同型群174

15. 半単純リー環の表現

1. 表現空間の準既約分解182
2. 準既約成分の一意性とテンソル積分解184
3. 表現空間のウェイト分解186
4. ウェイトの性質1188
5. ウェイトの性質2191

16. 半単純リー環の既約表現

1. 単純リー環の表現への分解194
2. 最高ウェイト196
3. $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ の既約表現201
4. 随伴表現と最大ルート205
5. 双対表現206

17. ルート加群, ウェイト加群とアフィン・ワイル群

1. ルート加群とウェイト加群208
2. 既約表現の存在210
3. $\mathfrak{o}(n, \mathbb{C})$ の既約表現213

4. アフィン・ワイル群217
5. 拡大されたディンキン図形222

付記A. 複素半単純リー群について225

参考文献234

付録1: ジョルダン環とリー環

I. 形式的に実なジョルダン環

1. プロローグ239
2. ジョルダン代数の定義242
3. ジョルダン代数の性質244
4. 形式的に実なジョルダン代数246
5. 半単純ジョルダン代数248

II. 実単純ジョルダン環の分類

1. 半単純ジョルダン環の構造250
2. 被約ジョルダン環の分類 ($r = 2$ の場合)253
3. 被約ジョルダン環の分類 ($r \geq 3$ の場合)257

III. リー環の構成法

1. リー環の定義264
2. ジョルダン環 \mathfrak{A} の微分環267
3. ジョルダン環 \mathfrak{A} の構造環267
4. 第三の構成法269
5. リー環 \mathfrak{g} および \mathfrak{A} の分類272
6. \mathfrak{g} および \mathfrak{A} の幾何学的意味, その拡張276

付記B. 例外単純リー環の Tits の構成法

1. 合成代数280
2. 合成代数の微分環281
3. Tits の構成法282
4. \mathbf{R} 上の例外単純リー環の構成284

付録2 : シュヴァレーの思い出

シュヴァレーの思い出

1. シュヴァレーとの出会い289
2. シュヴァレーの基290
3. シュヴァレーのリー群と類体論292
4. 時代の流れ293
追記296

索引299