

まえがき—————i

記号表—————vi

リー環の話—————1

1. リー環の定義—————3

1. 環と代数——3 2. リー環の定義——4 3. リー環の例——5

2. 部分環, イdeal, 準同型—————8

1. 部分環——8 2. イdeal——9 3. 準同型——9
4. 商環と標準的準同型——10

3. 可解環, 巾零環, エンゲルの定理—————13

1. 可解リー環の定義——13 2. 可解リー環の性質——14 3. 巾零リー環——14
4. 巾零リー環の性質——15 5. 表現についての考察——15
6. 定理6の証明——16

4. リーの定理とリー環の複素化—————18

1. リーの定理——18 2. 一般の体上のリー環——19
3. 複素数体上のリー環——20 4. 複素リー環の実型——20
5. 実リー環の複素化——21 6. 複素化の性質——22

5. シュバレーのレプリカとカルタンの判定条件—————23

1. リー環のキリング形式——23 2. カルタンの判定条件——24
3. ジョルダン分解, 半単純成分と巾零成分——24 4. シュバレーのレプリカ——25
5. 定理1の証明——26

6. 根基と半単純リー環—————28

1. リー環の根基——28 2. 半単純リー環の定義——28

3. 半単純性に関するカルタンの判定条件	29	4. 半単純リー環の直和分解	30
5. 単純リー環	31		
7. 半単純リー環の表現の完全可約性	33		
1. 半単純リー環の単純分解	33	2. 完全可約表現と完約リー環	34
3. ワイル (H. Weyl) の定理	35	4. 定理 4 の証明 (既約, 忠実表現の場合)	36
5. 定理 4 の証明 (一般の場合)	37		
8. 半単純リー環のルート分解	39		
1. 半単純リー環における s -元と n -元	39	2. 半単純リー環のルート分解	40
3. 極大 s -部分環 (カルタン部分環)	41	4. ルートの性質	42
9. 半単純リー環のルート分解 (つづき)	44		
1. 前回の復習	44	2. $sl_n(\mathbb{C})$ のルート分解	44
		3. $sl_2(\mathbb{C})$ の表現	45
4. ルート分解の性質	47		
10. ルート系とワイル群	49		
1. ルート系の性質	49	2. 抽象的ルート系	50
		3. ルート系の例	52
4. ワイル群	53		
11. ルート系の底とワイル群の生成元	55		
1. 実ベクトル空間の線形順序	55	2. ルート系の底	56
3. ワイル群の生成元	57	4. ワイルの部屋	58
12. ルート系の分類	61		
1. ルート系の可約性	61	2. ディンキン図形	62
3. 既約な基本系の分類	63		
13. シュバレー底とその応用	67		
1. 複素半単純リー環の構造定数	67	2. 構造定数のみならず関係式	68
3. 半単純リー環の同型定理	69	4. シュバレー型半単純リー環と種々の実型	71
14. 半単純リー環の自己同型群	73		
1. 半単純リー環の微分環	73	2. \mathfrak{g} の微分環と自己同型群	74
3. カルタン部分環の共役性	75	4. \mathfrak{g} の外部自己同型群	75
5. 後記	78		

●付録 1 ジョルダン環とリー環 81

I 形式的に実なジョルダン環 83

プロローグ	83	ジョルダン代数の定義	84	ジョルダン代数の性質	85
形式的に実なジョルダン代数	86	半単純ジョルダン代数	86		

II 実単純ジョルダン環の分類 88

半単純ジョルダン環の構造	88	被約ジョルダン環の分類 ($r = 2$ の場合)	89
被約ジョルダン環の分類 ($r \geq 3$ の場合)	91		

III リー環の構成法 94

リー環の定義	94	ジョルダン環 \mathfrak{A} の微分環	95
ジョルダン環 \mathfrak{A} の構造環	95	第三の構成法	96
リー環 \mathfrak{g} および \mathfrak{G} の分類	97	\mathfrak{g} および \mathfrak{G} の幾何学的意味, その拡張	99

●付録 2 シュバレーの思い出 101

シュバレーの思い出 103

1. シュバレーとの出会い	103	2. シュバレーの墓	103
3. シュバレーのリー群と類体論	104	4. 時代の流れ	104
C. Chevalley の主な著書と論文	106	追記	106

索引 109

装幀/駒井佑二