目　　次

I. 序　　論

1・1　線形性と線形微分方程式 …… 1

1・2　線形微分方程式と重ね合せの原理 …… 3

1・3　線形微分方程式とラプラス変換法 …… 4

II. ラプラス変換の基礎

2・1　ラプラス変換 ……11

2・2　関数のラプラス変換（その 1）……12

2・2・1　単位ステップ関数 ……12
2・2・2　右方向に t_0 だけ推移された単位ステップ関数……14
2・2・3　ε^{at} のラプラス変換……15
2・2・4　単位インパルス関数 $\delta(t)$ のラプラス変換……15

2・3　演算のラプラス変換（その 1）……18

2・3・1　表関数の和のラプラス変換 ……18
2・3・2　定係数と表関数との積のラプラス変換 ……18
2・3・3　表関数の導関数のラプラス変換 ……18
2・3・4　表関数の積分のラプラス変換 ……20

2・4　関数のラプラス変換（その 2）……22

2・4・1　第1種初期値および第2種初期値 ……22
2・4・2　$f(t)$ の定義域とラプラス変換……23
2・4・3　$\sin \omega t$ のラプラス変換 ……25
2・4・4　$\cos \omega t$ のラプラス変換 ……26
2・4・5　t のラプラス変換 ……26
2・4・6　t^2 のラプラス変換 ……26
2・4・7　$\sinh at$ のラプラス変換……27
2・4・8　$\cosh at$ $(t>0)$ のラプラス変換 ……28
2・4・9　$t\varepsilon^{at}$ $(t>0)$ のラプラス変換……28

2・5 線形微分方程式のラプラス変換 ……29
2・6 演算のラプラス変換（その 2）……34
2・6・1 表関数の推移 ……34
2・6・2 裏関数の推移 ……36
2・6・3 相 似 定 理 ……37

III. ラプラス逆変換の基礎

3・1 ラプラス逆変換 ……39
3・1・1 $\mathcal{L}^{-1}\cdot\mathcal{L}=\mathcal{L}\cdot\mathcal{L}^{-1}=1$（形式的に）……40
3・1・2 $\mathcal{L}^{-1}[F_1(s)+F_2(s)]=\mathcal{L}^{-1}[F_1(s)]+\mathcal{L}^{-1}[F_2(s)]$ ……40
3・1・3 $\mathcal{L}^{-1}[aF(s)]=a\mathcal{L}^{-1}[F(s)]$ ……40
3・2 展 開 定 理 ……41
3・2・1 展開定理の意義 ……41
3・2・2 式（3·9）において $n>m$，かつ $s_1, s_2, \cdots, s_n$ がすべて異なる場合 ……42
3・2・3 式（3·9）において $n=m$，かつ $s_1, s_2, \cdots, s_n$ がすべて異なる場合 ……45
3・2・4 他の形の展開定理 ……46
3・2・5 極，零 点 ……48
3・2・6 複素極がある場合の展開定理 ……50
3・2・7 $F(s)$ が多重極をもつ場合の展開定理……52
3・3 $F(s)$ の極と $f(t)$ の性質との関係……55
3・3・1 過渡項と定常項 ……55
3・3・2 $F(s)$ を用いた第2種初期値 $f(+0)$ の求め方（初期値の定理）……57
3・3・3 $F(s)$ を用いた最終値 $f(\infty)$ の求め方（最終値の定理）……58

IV. 電気回路の解析とラプラス変換法

4・1 電源の変化による過渡現象……59
4・1・1 電 源 の 種 類 ……59
4・1・2 電圧源の変化による過渡現象 ……60
4・1・3 電流源の変化による過渡現象 ……68
4・2 表回路と裏回路 ……71

4・2・1 回路素子の裏回路 ……71
4・2・2 裏回路の取扱い方 ……73
4・3 スイッチの投入または開放による過渡現象……76
4・3・1 スイッチの投入による過渡現象 ……76
4・3・2 スイッチの開放による過渡現象 ……80
4・4 変圧器を含む回路の過渡現象 ……84
4・5 インピーダンス関数，アドミッタンス関数，伝達関数，トランスミッタンス ……86
4・5・1 インピーダンス関数 ……86
4・5・2 アドミッタンス関数 ……87
4・5・3 伝 達 関 数 ……87
4・5・4 トランスミッタンス ……89
4・6 交流電源の印加による過渡現象と交流理論……90
4・6・1 交流電源の印加による過渡現象 ……90
4・6・2 定常項と交流理論 ……95
4・7 増幅器を含む回路 ……97
4・7・1 演 算 増 幅 器 ……97
4・7・2 演 算 回 路 ……98

V. シグナルフロー線図と回路解析

5・1 シグナルフロー線図 …… 103
5・1・1 シグナルフロー線図の表示 …… 103
5・1・2 シグナルフロー線図の変換 …… 104
5・1・3 source, sink …… 105
5・1・4 簡単な電気回路のシグナルフロー線図 …… 106
5・1・5 節の消去によるシグナルフロー線図の簡略化 …… 107
5・1・6 パス・トランスミッタンス（path transmittance）およびループ・トランスミッタンス（loop transmittance） …… 108
5・1・7 Mason の公式…… 110
5・1・8 source と sink の変換…… 112
5・2 シグナルフロー線図による回路解析 …… 113

5・2・1 回路網と単位網目 …… 113
5・2・2 単位網目とシグナルフロー線図 …… 114
5・2・3 回路網のシグナルフロー線図 …… 115
5・2・4 電流源を含む回路網のシグナルフロー線図 …… 120
5・2・5 相互誘導素子を含む回路のシグナルフロー線図 …… 122
5・2・6 4端子回路のシグナルフロー線図 …… 124

VI. 機械回路の解析とラプラス変換法

6・1 直線運動系の解 …… 131
6・1・1 直線運動系の現象量 …… 131
6・1・2 直線運動系素子と電気回路素子との等価性 …… 132
6・1・3 直線運動系の解析 …… 136
6・1・4 てこの等価回路 …… 143
6・2 回転運動系の解析 …… 144
6・2・1 回転運動系の現象量 …… 144
6・2・2 回転運動素子とその等価回路 …… 145
6・2・3 回転運動系と直線運動系との結合 …… 147
6・2・4 回転運動系と電気機械との結合 …… 147

VII. ラプラス変換の理論

7・1 交流のベクトル表示からラプラス変換 …… 151
7・1・1 交流理論での交流信号の表わし方 …… 151
7・1・2 周期関数のフーリエ展開 …… 152
7・1・3 非周期関数のフーリエ変換 …… 153
7・1・4 フーリエ変換からラプラス変換 …… 154
7・2 積分変換としてのラプラス変換 …… 156
7・2・1 積 分 変 換 …… 156
7・2・2 ラプラス積分の積分範囲とラプラス変換の種類 …… 157
7・3 ラプラス積分とその収束 …… 159
7・3・1 有界でない関数のラプラス積分の収束 …… 159

7・3・2 $\lim_{\alpha\to\infty}\int_0^{\alpha} f(t)\varepsilon^{-st}dt$ の収束 …… 160
7・4 裏関数の性質 …… 163
7・4・1 裏関数の単一性 …… 163
7・4・2 裏関数の正則性 …… 164
7・5 演算のラプラス変換（その 3） …… 165
7・5・1 合成関数のラプラス変換 …… 165
7・5・2 $tf(t)$ のラプラス変換 …… 168
7・5・3 $f(t)/t$ のラプラス変換 …… 169
7・5・4 $\int_0^t \frac{f(t)}{t}dt$, $\int_0^{\infty} \frac{f(t)}{t}dt$ のラプラス変換 …… 170
7・5・5 周期関数のラプラス変換 …… 171
7・5・6 パラメータに関する演算 …… 172
7・5・7 $f_1(t)\cdot f_2(t)$ のラプラス変換 …… 173
7・6 関数のラプラス変換（その 3） …… 173
7・6・1 t^n のラプラス変換 …… 174
7・6・2 $t^{-1/2}$ のラプラス変換 …… 175
7・6・3 第1種 n 次ベッセル関数 $J_n(at)$ のラプラス変換 …… 176
7・6・4 正弦積分 $\mathrm{Si}(t)$ のラプラス変換 …… 177
7・6・5 余弦積分 $\mathrm{Ci}(t)$ のラプラス変換 …… 178
7・6・6 $t^{-3/2}\varepsilon\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$ のラプラス変換 …… 178
7・6・7 余誤差関数 $\mathrm{erfc}\left(\frac{k}{2\sqrt{t}}\right)$, 誤差関数 $\mathrm{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{t}}\right)$ のラプラス変換 …… 179

VIII. ラプラス逆変換の理論

8・1 複素関数とその性質 …… 181
8・1・1 複 素 変 数 …… 182
8・1・2 連 続 性 …… 182
8・1・3 複素関数の微分 …… 182
8・1・4 1価および多価複素関数 …… 182
8・1・5 正則関数（または解析関数）(regular function (analytic function)) …… 183
8・1・6 特異点 (singular point) …… 183

8・2 複素積分 …… 186
8・2・1 積分路と閉路積分 …… 186
8・2・2 $\oint \frac{1}{s^n} ds$ の計算 …… 186
8・2・3 Cauchy（コーシー）の定理 …… 187
8・2・4 Taylor（テーラー）の定理 …… 189
8・2・5 $\oint \frac{F(s)}{s-s_0} ds$ の計算 …… 189
8・2・6 Laurent（ローラン）の定理 …… 191
8・2・7 留数 …… 192
8・2・8 留数定理 …… 195
8・3 ラプラス逆変換積分 …… 196
8・3・1 裏関数 $F(s)$ の正則性 …… 197
8・3・2 裏関数 $F(s)$ とラプラス変換 $\int_0^\infty f(t)\varepsilon^{-st}dt$ との関係 …… 197
8・3・3 Jordan（ジョルダン）の補助定理 …… 198
8・3・4 ラプラス逆変換積分から複素閉路積分への簡単化 …… 199
8・3・5 Jordan の補助定理を適用できる $F(s)$ がすべて単極をもつ場合の $f(t)$ の計算 …… 200
8・3・6 Jordan の補助定理を適用できない有理型関数 $F(s)$ に対するラプラス逆変換積分 …… 201
8・3・7 重極をもつ有理型関数 $F(s)$ のラプラス逆変換積分 …… 202
8・3・8 積分路変更によるラプラス逆変換積分の簡単化 …… 205
8・3・9 無理関数のラプラス逆変換積分 …… 206
8・4 ラプラス逆変換の性質と諸定理 …… 208
8・4・1 $t=0$ におけるラプラス逆変換 …… 209
8・4・2 相乗定理 …… 209
8・4・3 表関数の積とその裏関数（裏関数の合成積分） …… 211

IX. 自動制御理論とラプラス変換法

9・1 自動制御系の構成と伝達関数 …… 215
9・1・1 自動制御系の例 …… 215
9・1・2 制御要素の伝達関数とインパルス応答およびインディシャル応答 …… 217
9・1・3 代表的な伝達関数とその応答 …… 218

9・1・4 自動制御系のブロック線図 …… 222
9・2 自動制御系の解析と特性改善 …… 225
9・2・1 図 9・12 の自動電圧制御系の解析 …… 225
9・2・2 図 9・15 のサーボ機構の解析 …… 228
9・2・3 自動制御系の特性改善 …… 233

X. 分布定数をもつ物理系の解析とラプラス変換法

10・1 静止状態にある分布定数をもつ物理系の解析 …… 237
10・1・1 分布定数直流送電ケーブル …… 237
10・1・2 はり …… 241
10・2 偏微分方程式で表わされる物理系の解析 …… 245
10・2・1 偏微分方程式と初期条件，境界条件 …… 245
10・3 弦の振動 …… 247
10・4 熱伝導 …… 252
10・5 分布定数回路 …… 256
演習問題および解答集 …… 261
付表 …… 291
索引 …… 301