て簡単明瞭であるに反して，その証明法は，上記諸家の努力にも拘らず，今なお迂余曲折を極め，人をして倦厭の情を起さしめるものがある．類体論の明朗化は，恐らくは，新立脚点の発見に待つ所があるのではあるまいか．

附録二次体論は，それを類体論の最も卑近なる一例として取扱うことによって，僅に数頁の中に圧縮することを得た．前世紀の始め，ガウスの二次形式論の完成によって，整数論が数学の一分科としての面目を具え得たのであったが，当時数学の最高峰の随一であった Disquisitiones Arithmeticae の主要部分が，かくも手軽に扱われるに至ったのは，数学進歩の一つの標識と言わねばなるまい．

本書の初稿は，約十年前，岩波講座数学に掲載されたのであるが，今回単行本として再刊するに際して，全篇に亙って厳密なる検討を行い，脱漏を補い，過冗を省くことを得た．全体の構成は原形を保存するに勉めたが，ただ $\mathfrak{p}$ 進法及び巾剰余に関して，後篇中に散在した事項を一括して，それを独立の一章(第 10 章)として前篇の終に置いたことは，読者の便利とする所であろう．又イデヤル論の基本定理の証明は，方法論上の重要性に鑑みて，附録(3)に於て Kronecker, Dedekind, Hurwitz の方法を述べた．これらに関して，最新の抽象代数学の方法に触れなかったのは，古典色保持の意図に出でたのである．

終に臨み，本書の校正に助力された理学博士岩澤健吉君に深厚なる謝意を表する．

昭和 22 年 6 月東京に於て

著　　者

目　　次

第 2 版序
序

前篇　一般論 …… 1

第 1 章　代数的整数 …… 3
1.1　代数的の数 …… 3
1.2　有限代数体 …… 5
1.3　代数的整数 …… 7
1.4　整　除 …… 11
1.5　単　数 …… 12

第 2 章　代数体の整数「イデヤル」 …… 13
2.1　代数体の整数の底 …… 13
2.2　「イデヤル」 …… 16
2.3　「イデヤル」の積 …… 18
2.4　「イデヤル」の整除 …… 20
2.5　最小公倍数 …… 20
2.6　最大公約数 …… 21
2.7　「イデヤル」論の基本定理 …… 22
2.8　整係数の多項式　「イデヤル」因子 …… 25

第 3 章　剰余類 …… 27
3.1　合同式 …… 27
3.2　剰余類 …… 27
3.3　「ノルム」 …… 27
3.4　素なる $\mathfrak{p}$ の「ノルム」 …… 30

3.5 剰余類の四則……31
3.6 $\mathfrak{R}(\mathfrak{p})$ の理論……33
3.7 一般剰余類の環 $\mathfrak{R}(\mathfrak{m})$……36
3.8 素なる $\mathfrak{p}$ の巾に関する剰余類の環 $\mathfrak{R}(\mathfrak{p}^m)$……38

第4章 「イデヤル」の類別……40
4.1 分数「イデヤル」……40
4.2 「イデヤル」の群 「イデヤル」の類……41
4.3 「イデヤル」の類……45

第5章 「ミンコフスキ」の定理の応用……46
5.1 Minkowski の定理……46
5.2 代数体の判別式について……51

第6章 相対的の体……54
6.1 代数体の拡張……54
6.2 「イデヤル」の延長……56
6.3 共軛「イデヤル」 相対的「ノルム」……58
6.4 K/k に於ける $\mathfrak{P}$……59

第7章 判別式 共軛差積……61
7.1 数の共軛差積と判別式……61
7.2 代数体の共軛差積……62
7.3 相対的差積……63
7.4 Dedekind の方法……68
7.5 総 括……73
7.6 K/k に於ける $\mathfrak{p}$ の分解の形式的表現……76
7.7 Dedekind の判別定理……82

第8章 「ガロワ」体……88
8.1 「ガロワ」体の置換群……88

8.2 分 解 体……91
8.3 惰 性 体……93
8.4 任意の体 Ω/k に於ける素因子分解……95
8.5 共軛差積・判別式定理の証明……97
8.6 分 岐 体……98
8.7 中間体に於ける分岐……102
8.8 判別定理($\mathfrak{D}_{K/k}$ の $\mathfrak{P}$ 成分)……104
8.9 円 体……105
8.10 円体に於ける素因子分解……109
8.11 Kronecker の定理……110

第9章 単 数……114
9.1 虚二次体の単数……114
9.2 1 の 根……114
9.3 Dirichlet の単数定理……115
9.4 単数規準……119
9.5 「ガロワ」体の単数……120
9.6 相対的「ガロワ」体の単数……121

第10章 素数進法($\mathfrak{p}$ 進法)……126
10.1 $\mathfrak{p}$ 進 法……126
10.2 代数体としての $k_\mathfrak{p}/R_p$……128
10.3 $\mathfrak{p}$ 進体に於ける $\exp x$, $\log x$……133
10.4 巾 剰 余……135

後篇 類体論……139

第11章 合同類別……141
11.1 数の乗法群(乗法合同)……141
11.2 数の乗法群(符号分布)……146

11.3 狭義の「イデヤル」類(合同類)……149
11.4 「イデヤル」群の導手……151

第12章 解析的の考察……156

12.1 類に於ける「イデヤル」の密度……156
12.2 代数体の ζ 函数……161
12.3 L 函数……162
12.4 「ガロワ」体に関する考察……167
12.5 類体の定義……169
12.6 類体の原始型なる円分体……172

第13章 基本定理……174

13.1 「アアベル」体の基本定理……174
13.2 特異類の数 a……177
13.3 問題の変形……181
13.4 (I)の証明……182
13.5 (II)の証明.「ノルム」剰余の群指数……184
13.6 類体の結合定理……192
13.7 類体の一意性……193

第14章 分解定理 同型定理 相互律……196

14.1 基本定理の補強……196
14.2 Artin の相互律……196
14.3 類体の推進定理……199
14.4 「フロベニウス」置換の性質……201
14.5 記号の定義の拡張……203
14.6 目標の単純化……206
14.7 Artin の補助定理……208
14.8 相互律の証明(環状体)……210
14.9 相互律の証明(完結)……214

第15章 存在定理 導手定理……217

15.1 「クンメル」体……217
15.2 「クンメル」体に於ける素因子分解……220
15.3 「クンメル」体の導手……221
15.4 存在証明の補助定理……222
15.5 存在証明(「クンメル」体)……223
15.6 存在証明(一般の場合)……229
15.7 「アアベル」体の導手……232

第16章 終結定理……238

16.1 密 度……238
16.2 Tschebotareff の密度定理……239
16.3 終結定理……244

附 録……249

(1) 二次体論……249

1. 二次体の導手……249
2. 相 互 律……252
3. 二次体の特異類……256
4. 二次体に於ける種……258

(2) 円分体の類数……260

1. Furtwängler の定理……260
2. 円分体の単数……261
3. 円分体の類数の計算……263
4. 「ガウス」の和……274
5. 任意円分体の類数……276
6. 二次体の類数……278

(3) 「イデヤル」論の基本定理……280

1. 定　義 ……280
2. $\bar{K}$ に於ける整除 ……281
3. 最大公約数 ……283
4. 素因子分解 ……284
5. $\bar{K}$ に於ける多項式 ……285
6. 「イデヤル」との対応……287
7. Dedekind の方法 ……289
8. Hurwitz の方法 ……291

補　遺 ……295
第 2 版跋 ……299
索　引 ……303

前篇 一 般 論