

目 次

第 1 部 ガロアの理論の基礎

は し が き

第 1 章 体論の初歩	1
§1. はじめの注意	1
§2. いくつかの重要な拡大体の型	2
§3. 最小多項式, 代数的単純拡大体の構造	5
§4. 有限拡大体は代数的であること	8
§5. 代数的組成拡大体の構造	9
§6. 有限組成拡大体	10
§7. 代数的組成拡大体は単純であることについての定理	14
§8. 代数的数体	16
§9. 体の合成	17
第 2 章 群論からの必要な知識	20
§1. 群の定義	20
§2. 元の位数	22
§3. 部分群, 正規部分群および剰余群	24
§4. 準同型写像	28
第 3 章 ガロアの理論	33
§1. ガロア拡大体	33

§2. 体の自己同型, ガロア群	37
§3. ガロアの位数	41
§4. ガロア群の対応	44
§5. 共役元についての定理	48
§6. 正規部分体のガロア群	49
§7. 2つの体の合成体のガロア群	51

第 2 部 根号による方程式の解法

第 1 章 群の一般論からの補足	53
§1. 準同型定理の一般化	53
§2. 正 規 鎖	54
§3. 巡 回 群	58
§4. 可解群とアーベル群	63
§5. 群 Z_n と群 M_n	66
第 2 章 根号で解かれる方程式	70
§1. 二項拡大体	70
§2. 巡回拡大体	74
§3. べき根拡大体	79
§4. 可解なガロア群をもつ正規体	82
§5. 根号で解かれる方程式	85
第 3 章 根号で解けない方程式の構造	88
§1. 置換群としての方程式のガロア群	88
§2. 置換を巡回置換の積に分解すること	91

§3. 偶置換, 交代群	94
§4. 交代群と対称群の構造	97
§5. ガロア対称群をもつ方程式の例	102
§6. 得られた結果についての考察	106
第 4 章 一般 $n \geq 5$ 次方程式の根号による非可解性	109
§1. 形式的べき級数の体	109
§2. 分数べき級数の体	115
§3. 一般 n 次方程式のガロア群	119
§4. 低次の方程式の解	123

第 3 部 ガロアの理論についての補足的な問題

第 1 章 方程式のガロア群の実際の計算	129
§1. n 次の置換群の, n 変数の多項式による表現	129
§2. 共 役 置 換 群	132
§3. かつてな多項式のガロア群の計算	134
§4. 例: そのガロア群が交代群にふくまれる方程式	138
§5. 3 次方程式と 4 次方程式	139
第 2 章 5 次 方 程 式	142
§1. 推 移 置 換 群	142
§2. 素数次の推移群	143
§3. 5 次 の 推 移 群	145
§4. 既約な 5 次方程式のガロア群の計算	147
§5. メタ巡回群に対する決定多項式	149

§6. 標準形の方程式の場合	151
§7. 根号で解かれる5次方程式	153
§8. 5次方程式を標準形に導くこと	155
第3章 既約根号における方程式の解法	159
§1. 基本定理のまとめ	159
§2. 基本定理を2つの特別な場合に帰着させること	160
§3. 定理 A の証明	162
§4. 素数べきを法とする剰余類の乗法群	163
§5. 素べき円拡大体のガロア群	167
§6. 定理 B の証明	170
第4章 円周等分方程式	170
§1. 素べき円分体の構造	173
§2. 円周等分方程式の解法	176
§3. ガウスの方法	178
§4. 円周17等分方程式	180
第5章 定木とコンパスによる作図	185
§1. 作図論の基本定理	185
§2. k -群	195
§3. ピタゴラス拡大体	198
§4. 作図に関するいくつかの具体的な問題	201
訳者あとがき	
索 引	