



# 目 次

まえがき.....	1
第1章 古典物理に関連した偏微分方程式と積分方程式 .....	1
1.1 古典物理学における基礎方程式 .....	1
1.1.1 振動または波動の方程式.....	1
1.1.2 熱伝導の方程式.....	4
1.1.3 ポテンシャル, Laplace 方程式.....	6
1.1.4 Poisson 方程式.....	11
1.1.5 概括, 2 階線形偏微分方程式の分類.....	14
1.2 重畠原理と決定条件 .....	18
1.2.1 解の多様性および決定条件.....	18
1.2.2 重畠の原理.....	20
1.2.3 放物形方程式の決定条件, Weierstrass の多項式近似定理.....	21
1.2.4 楕円形方程式の決定条件, Fourier 級数の Poisson 総和法.....	27
1.2.5 双曲形方程式の決定条件, Stokes の波動公式.....	32
1.2.6 2 次元および 3 次元空間の波動, Poisson の波動公式.....	36
1.2.7 定数変化法, 遅延ポテンシャル.....	41
1.3 変数分離法, 固有値問題.....	43
1.3.1 両端が $0^\circ$ に保たれた棒の温度分布.....	44
1.3.2 棒の両端 $x=0, x=1$ において熱輻射のある場合の温度分布.....	48
1.3.3 針金の丸い輪に対する温度分布.....	50
1.3.4 両端を固定した弦の振動.....	53

1.4 Hilbert-Schmidt の積分方程式論 .....	55
1.4.1 Ascoli-Arzelà の選出定理.....	55
1.4.2 固有値の存在定理, 固有値の逐次近似法.....	57
1.4.3 Bessel 不等式 .....	63
1.4.4 Hilbert-Schmidt の展開定理.....	66
1.4.5 展開定理の非齊次積分方程式への応用.....	69
1.4.6 Dirichlet 問題の積分方程式への転換 .....	71
参 考 書.....	75
 第2章 固有値問題としての量子力学 .....	77
2.1 量子力学の骨組 .....	77
2.1.1 Schrödinger 波動方程式.....	77
2.1.2 オブザーヴァブル, 線形作用素.....	79
2.1.3 Heisenberg の不決定関係.....	81
2.1.4 エネルギー作用素のスペクトル分解.....	83
2.1.5 遷移確率の計算.....	86
 2.2 変数分離法 .....	86
2.2.1 変数分離法の基礎.....	86
2.2.2 中心対称な電場における電子の波動方程式および球函数.....	88
2.2.3 エネルギー準位の決定および選択律.....	91
 2.3 近似解法 .....	95
2.3.1 Wentzel-Kramers-Brillouin の方法, Bessel 函数の漸近的表示.....	95
2.3.2 Weinstein の方法.....	100
2.3.3 Ritz の方法 .....	104
2.3.4 摂 動 論.....	107
参 考 書.....	110
 第3章 確率過程論としての統計力学 .....	113
3.1 エルゴード仮設 .....	113
3.1.1 気体分子運動論.....	113

3.1.2 巨視的状態と微視的状態	116
3.1.3 エルゴード仮設	119
3.1.4 Markov 連鎖, エルゴード定理	121
3.1.5 $H$ 定理, エントロピー	128
 3.2 Boltzmann-Gibbs のエネルギー分布	130
3.2.1 Boltzmann-Gibbs の統計	130
3.2.2 運動エネルギーの等分配則および Maxwell の速度分布	134
3.2.3 Planck の輻射公式	137
 3.3 Bose-Einstein の統計および Fermi-Dirac の統計	138
3.3.1 素粒子の非個体性	138
3.3.2 Bose-Einstein の統計および Fermi-Dirac の統計	141
 3.4 連続な確率過程	143
3.4.1 Smoluchowski の方程式	143
3.4.2 Kolmogorov の後向き微分方程式	145
3.4.3 Kolmogorov の前向き微分方程式	147
3.4.4 Brown 運動, 拡散	150
3.4.5 $n$ 次元の Kolmogorov 微分方程式	152
3.4.6 ただ一つの定常分布への収束, Kolmogorov のエルゴード定理	154
3.4.7 不連続な確率過程	157
 3.5 発展方程式の差分近似による積分法(半群の生成)	160
3.5.1 Hilbert 空間 $L^2(R^n)$	162
3.5.2 生成作用素のレゾルベント	165
3.5.3 レゾルベント $(I-\lambda G)^{-1}$ の $\lambda$ に関する連続性	168
3.5.4 基本定理(発展方程式の差分近似による解法)	171
3.5.5 基本定理 3.1 の証明 1	172
3.5.6 基本定理 3.1 の証明 2	176
3.5.7 (3.175) の解の一意性	178
3.5.8 Banach 空間への拡張	182
参 考 書	183
 付録 正則函数の Taylor 展開可能性の証明	185

あとがき.....	191
索 引.....	193

