



# 目 次

1. 序 論 .....	1
1.1 浮動小数点システムとその問題点 .....	1
1.1.1 浮動小数点数 .....	1
1.1.2 浮動小数点数による数値計算とその問題点 .....	3
1.2 ベクトル演算装置と仮想記憶方式 .....	7
1.2.1 ベクトル演算装置 .....	7
1.2.2 仮想記憶方式の計算機システム .....	7
2. 関数計算 .....	10
2.1 多項式の計算 .....	10
2.2 テイラー級数 .....	11
2.2.1 テイラー級数による数値計算 .....	11
2.2.2 テイラー級数の問題点 .....	13
2.3 オイラー変換と変数変換の利用 .....	14
2.3.1 一般オイラー変換とオイラー変換 .....	14
2.3.2 オイラー変換が収束を加速する理由 .....	16
2.3.3 変数変換による解析接続 .....	18
2.4 補 間 .....	19
2.4.1 ラグランジュ補間公式 .....	19
2.4.2 反復補間法 .....	21
2.5 直交多項式 .....	22
2.5.1 直交多項式の定義 .....	22
2.5.2 グラム-シュミットの直交化 .....	23
2.5.3 直交多項式の零点の分布 .....	24
2.5.4 直交多項式の漸化式 .....	25
2.5.5 直交多項式展開 .....	26

2.5.6	直交多項式補間	26
2.5.7	直交多項式補間の計算法	29
2.6	チェビシェフ多項式	30
2.6.1	チェビシェフ多項式の定義	30
2.6.2	チェビシェフ多項式の性質	31
2.6.3	漸化式の計算の安定性と特性根	32
2.6.4	チェビシェフ補間	34
2.6.5	補間の標本点の分布	35
2.7	ミニマックス近似	36
2.7.1	ミニマックス近似多項式の定義	36
2.7.2	ミニマックス近似多項式の性質	36
2.7.3	チェビシェフ多項式の準ミニマックス性	38
2.7.4	ミニマックス近似への接近	39
2.8	連分数展開	39
2.8.1	連分数展開とその計算法	39
2.8.2	連分数展開の打ち切り誤差	42
2.9	ニュートン法と逆関数	44
2.9.1	ニュートン法	44
2.9.2	逆関数の計算	46
2.9.3	多次元のニュートン法	47
2.10	漸化式に基づく関数計算	48
2.10.1	ベッセル関数と漸化式	48
2.10.2	漸化式の逆向きの利用	50
3.	数値積分法	53
3.1	補間型数値積分公式	53
3.1.1	補間型数値積分公式の定義	53
3.1.2	ニュートン-コーツ公式	54
3.1.3	ガウス型公式	57
3.1.4	ガウス型公式と直交多項式	58

3.2	台形則とその特徴	61
3.2.1	台形則と解析的周期関数の積分	61
3.2.2	台形則と無限区間の積分	64
3.3	変数変換型数値積分公式	65
3.3.1	積分の変数変換と変数変換型公式	65
3.3.2	二重指数関数型数値積分公式	67
3.3.3	二重指数関数型数値積分公式の使用上の注意	69
3.4	自動積分ルーチンとロンバーグ積分	72
3.4.1	自動積分ルーチン	72
3.4.2	ロンバーグ積分と補外法	74
3.5	数値積分の誤差評価	76
3.5.1	誤差の複素積分表示と誤差の特性関数	76
3.5.2	無限区間の積分の誤差の特性関数	79
3.5.3	二重指数関数型公式の誤差の特性関数	80
3.5.4	留数定理を利用する誤差評価の例	82
3.5.5	鞍点法	83
3.5.6	鞍点法を利用する誤差評価の例	85
4.	連立1次方程式の解法	89
4.1	係数行列の形と解法	89
4.1.1	連立1次方程式とその行列表現	89
4.1.2	密行列と疎行列	90
4.1.3	直接解法と反復解法	91
4.2	ガウス消去法とLU分解	91
4.2.1	ガウス消去法	91
4.2.2	ピボットの部分選択	96
4.2.3	ガウス-ジョルダン法	99
4.2.4	ガウス消去法に必要な演算回数	100
4.2.5	LU分解	101
4.2.6	ピボットの部分選択を行うLU分解	105

4.2.7	LU 分解を利用する解法	107
4.2.8	LU 分解に必要な演算回数	110
4.2.9	対称正定値行列	111
4.2.10	コレスキー分解	112
4.2.11	帯行列の修正コレスキー分解	115
4.2.12	一般の帯行列に対するガウス消去法	118
4.3	行列の条件数	120
4.3.1	ベクトルと行列のノルム	120
4.3.2	行列の条件数	123
4.3.3	条件数の推定	126
4.3.4	誤差と残差	129
4.3.5	反復改良法	131
4.4	反復解法	132
4.4.1	反復解法の原理	132
4.4.2	ヤコビ反復法	133
4.4.3	ガウス-ザイデル法	135
4.4.4	SOR 法	137
4.5	共役傾斜法	139
4.5.1	傾斜法	139
4.5.2	共役傾斜法	141
4.5.3	共役傾斜法の収束	145
4.5.4	不完全 LU 分解と ICCG 法	146
5.	行列の固有値問題	149
5.1	行列の固有値問題	149
5.1.1	行列の固有値問題の型	149
5.1.2	行列の固有値問題の解法	150
5.2	ハウスホルダー法	152
5.2.1	基本直交行列とハウスホルダー変換	152
5.2.2	ハウスホルダー法の第 1 ステップ	154

5.2.3	ハウスホルダー法のアルゴリズム	157
5.3	二分法	161
5.3.1	スツルム列	161
5.3.2	三重対角行列の固有値と二分法	162
5.4	べき乗法と逆反復法	166
5.4.1	べき乗法の原理	166
5.4.2	逆反復法	167
5.5	QR法	168
5.5.1	グラム-シュミットの直交化	168
5.5.2	行列のQR分解	170
5.5.3	ギブンス法によるQR分解	170
5.5.4	QR分解の一意性	173
5.5.5	QR法のアルゴリズム	173
5.5.6	QR法の収束	175
5.5.7	シフト付きQR法	176
5.6	一般固有値問題とサブスペース法	178
5.6.1	一般固有値問題の解法	178
5.6.2	サブスペース法	179
5.7	線形最小二乗法	181
5.7.1	最小二乗法	181
5.7.2	QR分解の適用	183
5.7.3	ハウスホルダー変換によるQR分解	184
参 考 書		188
問題の解答		191
索 引		199