

## 1. 最適化の基礎

1.1	最適化問題と最適性条件	1
1.1.1	最適化問題	1
1.1.2	大域的最小解と局所的最小解	4
1.2	最適性条件	5
1.2.1	勾配, ヘッセ行列の定義	6
1.2.2	制約なし最適化問題の最適性条件	7
1.2.3	等式制約付き最適化問題の最適性条件	12
1.2.4	不等式制約付き最小化問題	17
1.3	ラグランジュ双対	25
1.3.1	弱双対定理とラグランジュ緩和	25
1.3.2	双対定理	28
1.4	最適制御への応用例	33
	演習問題	36

## 2. 凸関数と凸計画問題

2.1	凸関数と準凸関数の定義と性質	38
2.1.1	定義と基本的な性質	38
2.1.2	凸関数の勾配と劣勾配	44
2.1.3	性質 (a)~(o) の証明	50
2.2	凸計画問題	55
2.3	楕円体法	59
2.3.1	制約なし凸計画問題に対する楕円体法	59

2.3.2	制約付き凸計画問題に対する楕円体法	62
2.4	切除平面法	65
	演習問題	68

### 3. 線形計画問題と2次計画問題

3.1	線形計画問題	69
3.1.1	線形計画問題とは	69
3.1.2	標準形と双対問題	71
3.1.3	弱双対定理と双対定理	74
3.1.4	相補性条件	78
3.1.5	潜在価格と感度分析	79
3.2	2次計画問題	81
3.2.1	2次計画問題とは	81
3.2.2	弱双対定理と双対定理	84
3.2.3	2次計画問題の最適性条件	84
3.2.4	制約なし2次計画問題	87
3.3	モデル予測制御	87
	演習問題	90

### 4. 半正定値計画問題と線形行列不等式

4.1	半正定値計画問題	91
4.2	線形行列不等式	96
4.3	制御性能解析と行列不等式	99
4.3.1	極の存在領域	99
4.3.2	$H_2$ ノルム	104
4.3.3	$H_\infty$ ノルム	112
4.3.4	双対システムと制御性能解析	120
4.3.5	数値計算上の注意	121

4.4	制御系設計と線形行列不等式	123
4.4.1	設計問題の定式化	124
4.4.2	変数消去法	127
4.4.3	変数変換法	132
4.4.4	数値計算上の注意	136
4.5	双線形行列不等式とその近似解法	136
4.5.1	座標降下法	137
4.5.2	ディスクリプタシステムと逐次 LMI 化法	138
4.5.3	逐次 LMI 化法による性能改善	141
4.6	制御系設計の例	144
	演習問題	149

### 5. 平方和最適化

5.1	平方和多項式と平方和行列	151
5.1.1	平方和多項式とは	151
5.1.2	平方和多項式性の半正定値計画問題への変換	158
5.1.3	平方和行列	162
5.1.4	決定変数を含む場合	164
5.2	多項式計画問題に対する SOS 緩和と SDP 緩和	166
5.2.1	制約なし多項式計画問題に対する SOS 緩和と SDP 緩和	166
5.2.2	制約あり多項式計画問題に対する SOS 緩和と SDP 緩和	170
5.2.3	一般化ラグランジュ関数を用いた緩和	174
5.3	平方和最適化	176
5.3.1	平方和最適化問題とは	176
5.3.2	平方和可解問題	178
5.3.3	平方和最適化問題	181
5.3.4	平方和行列最適化問題	184
5.3.5	制御問題への適用例	187
	演習問題	191

## 6. 確率的手法を用いた最適化

6.1	モンテカルロ法	192
6.2	パーティクルフィルタ	195
6.2.1	問題設定	195
6.2.2	カルマンフィルタ	196
6.2.3	パーティクルフィルタ	198
6.3	制御系設計のための確率的手法	203
6.3.1	ロバスト性能検証問題	204
6.3.2	ロバスト性能解析問題	206
6.3.3	ロバスト性能設計問題	207
6.3.4	凸性による効率化	210
6.4	制御系設計の例	213
	演習問題	214
	<b>付 録</b>	215
A.1	行列の基礎	215
A.1.1	特異値分解, 擬似逆行列, 直交補空間の基底からなる行列	215
A.1.2	行列の正定値性	217
A.1.3	行列方程式	225
A.1.4	行列のトレースに関する性質	227
A.2	ファルカスの補題	229
A.3	ディスクリプタシステムとその制御性能解析	231
A.3.1	ディスクリプタシステム	231
A.3.2	ディスクリプタシステムの制御性能解析	232
	引用・参考文献	234
	演習問題の解答	239
	<b>索 引</b>	258