

目次

第 I 部	スパースで冗長な表現：理論と数値解析	1
第 1 章	プロローグ	3
1.1	劣決定の連立方程式	3
1.2	正則化	4
1.3	凸性への誘い	5
1.4	ℓ_1 最小化の詳細	7
1.5	(P_1) 問題の線形計画への書き換え	9
1.6	スパースな解への誘導	10
1.7	ℓ_0 ノルムとそれが意味するもの	14
1.8	(P_0) 問題：最重要課題	16
1.9	信号処理における展望	17
	参考文献	18
第 2 章	一意性と不確定性	19
2.1	二つの直交行列の場合	20
2.1.1	不確定性原理	20
2.1.2	冗長な解の不確定性	25
2.1.3	不確定性から一意性へ	26
2.2	一般的な場合の一意性	27
2.2.1	スパークによる一意性	27
2.2.2	相互コヒーレンスによる一意性	29
2.2.3	バベル関数による一意性	32
2.2.4	スパークの上界	33

2.3	グラスマン行列の構築	34
2.4	まとめ	38
	参考文献	38
第3章	追跡アルゴリズム	41
3.1	貪欲アルゴリズム	42
3.1.1	主要なアイデア	42
3.1.2	直交マッチング追跡 (OMP)	43
3.1.3	その他の貪欲アルゴリズム	46
3.1.4	正規化	48
3.1.5	貪欲アルゴリズムにおける残差の減衰率	51
3.1.6	しきい値アルゴリズム	53
3.1.7	貪欲アルゴリズムの数値例	54
3.2	凸緩和の手法	57
3.2.1	ℓ_0 ノルムの緩和	57
3.2.2	(P_1) 問題を数値的に解くアルゴリズム	60
3.2.3	緩和法の数値例	61
3.3	まとめ	61
	参考文献	63
第4章	追跡アルゴリズムの性能保証	65
4.1	二つの直交行列の場合 (再訪)	66
4.1.1	OMP の性能保証	66
4.1.2	BP の性能保証	69
4.2	一般的な場合	77
4.2.1	OMP の性能保証	77
4.2.2	しきい値アルゴリズムの性能保証	79
4.2.3	BP の性能保証	81
4.2.4	追跡アルゴリズムの性能保証：まとめ	84
4.3	符号パターンの役割	85
4.4	Tropp の厳密復元条件	87
4.5	まとめ	90

	参考文献	91
第5章	厳密解から近似解へ	93
5.1	一般的な動機	93
5.2	最もスパースな解の安定性	94
5.2.1	一意性と安定性：直感的な理解	94
5.2.2	(P_0) の安定性についての理論的な解析	97
5.2.3	RIP とそれを用いた安定性解析	102
5.3	追跡アルゴリズム	105
5.3.1	OMP と BP の拡張	105
5.3.2	反復再重み付け最小2乗法 (IRLS)	107
5.3.3	LARS アルゴリズム	111
5.3.4	得られた近似解の質	115
5.4	ユニタリ行列の場合	118
5.5	基底追跡アルゴリズムの性能	121
5.5.1	BPDN の安定性保証	121
5.5.2	しきい値アルゴリズムの安定性保証	123
5.6	まとめ	126
	参考文献	127
第6章	反復縮小アルゴリズム	131
6.1	背景	131
6.2	ユニタリの場合：発想の原点	132
6.2.1	ユニタリの場合の縮小アルゴリズム	132
6.2.2	BCR アルゴリズムとその変形版	133
6.3	反復縮小アルゴリズムの導出	135
6.3.1	代理関数と近接点法	136
6.3.2	EM アルゴリズムと上界最適化アプローチ	139
6.3.3	IRLS に基づく縮小アルゴリズム	140
6.3.4	並列座標降下 (PCD) アルゴリズム	143
6.3.5	StOMP：貪欲法の一つ	146
6.3.6	反復縮小アルゴリズムの定性的な比較	148

6.4	直線探索と SESOP を用いた高速化	150
6.5	反復縮小アルゴリズム：検証	151
6.6	まとめ	158
	参考文献	158
第 7 章	平均性能の解析に向けて	161
7.1	経験エビデンス（再訪）	161
7.2	確率的解析（概略）	164
7.2.1	解析のゴール	164
7.2.2	Candès と Romberg による二つの直交行列の場合の 解析	165
7.2.3	確率的一意性	168
7.2.4	Donoho の解析	169
7.2.5	まとめ	170
7.3	しきい値アルゴリズムの平均性能	170
7.3.1	準備	170
7.3.2	解析	171
7.3.3	議論	175
7.4	まとめ	176
	参考文献	177
第 8 章	ダンツィク選択器アルゴリズム	179
8.1	ダンツィク選択器 vs. 基底追跡	179
8.2	ユニタリ行列の場合	182
8.3	制限等長性（再訪）	182
8.4	ダンツィク選択器の性能保証	184
8.5	実際のダンツィク選択器	191
8.6	まとめ	194
	参考文献	195

第 II 部	理論から実践へ：信号処理と画像処理への応用	197
第 9 章	スパースな解を与える信号処理手法	199
9.1	信号の事前分布と変換	199
9.2	スパースランドモデル	203
9.3	スパースランドの幾何学的な解釈	205
9.4	スパースに生成された信号の処理	208
9.5	解析的な信号モデルと合成的な信号モデル	211
9.6	まとめ	213
	参考文献	214
第 10 章	画像のボケ除去：実践例	219
10.1	問題設定	219
10.2	辞書	221
10.3	数値計算上の問題	223
10.4	実験の詳細と結果	227
10.5	まとめ	233
	参考文献	233
第 11 章	MAP 推定と MMSE 推定	235
11.1	確率モデルと推定のゴール	235
11.2	MAP 推定と MMSE 推定の背景	237
11.3	オラクル推定	239
11.3.1	オラクル推定の導出	239
11.3.2	オラクル推定の誤差	240
11.4	MAP 推定	243
11.4.1	MAP 推定の導出	243
11.4.2	MAP 推定の近似	246
11.5	MMSE 推定	249
11.5.1	MMSE 推定の導出	249
11.5.2	最小 2 乗推定の近似	251
11.6	MMSE 推定と MAP 推定の誤差	255

11.7	さらなる実験結果	258
11.8	まとめ	262
	参考文献	262
第 12 章	辞書の探求	265
12.1	辞書設計か, 辞書学習か	265
12.2	辞書学習アルゴリズム	267
12.2.1	辞書学習の問題設定	267
12.2.2	MOD アルゴリズム	268
12.2.3	K-SVD アルゴリズム	270
12.3	構造化辞書の学習	277
12.3.1	2重スパースモデル	279
12.3.2	ユニタリ基底の連結	282
12.3.3	シグニチャ辞書	283
12.4	まとめ	285
	参考文献	286
第 13 章	顔画像の圧縮	289
13.1	顔画像圧縮の背景	290
13.2	従来手法	291
13.3	スパース表現に基づく符号化	293
13.3.1	概要	293
13.3.2	VQ vs. スパース表現	296
13.4	実験結果の詳細	297
13.4.1	K-SVD の辞書	298
13.4.2	再構成された画像	298
13.4.3	実行時間とメモリ使用量	303
13.4.4	他の手法との比較	304
13.4.5	辞書の冗長性	306
13.5	ブロックノイズ除去のための後処理	309
13.5.1	ブロックノイズ	309
13.5.2	ブロックノイズを除去する方法	309

13.5.3	学習に基づくブロックノイズ除去	310
13.6	ブロックノイズ除去の結果	311
13.7	まとめ	313
	参考文献	313
第 14 章	画像のノイズ除去	317
14.1	ノイズ除去とは	317
14.2	出発点: 大域的なモデル化	318
14.2.1	ノイズ除去の主要アルゴリズム	318
14.2.2	さまざまな改善手法	321
14.3	大域的なモデル化から局所的なモデル化へ	323
14.3.1	手法の概要	323
14.3.2	縮小曲線の学習	324
14.3.3	学習辞書と大域的な事前確率の導入	333
14.3.4	ノンローカルミーニングアルゴリズム	340
14.3.5	3次元 DCT 縮小: BM3D ノイズ除去	343
14.4	自動的なパラメータ設定のための SURE 法	345
14.4.1	SURE の導出	345
14.4.2	大域的しきい値アルゴリズムへの SURE の適用	348
14.5	まとめ	351
	参考文献	352
第 15 章	その他の応用	357
15.1	概要	357
15.2	MCA を用いた画像分離	358
15.2.1	画像 = 線画 + テクスチャ	358
15.2.2	画像分離のための大域 MCA	360
15.2.3	画像分離のための局所 MCA	368
15.3	画像のインペインティングとインパルスノイズの除去	373
15.3.1	スパース信号のインペインティング: 核となる アイデア	374
15.3.2	画像のインペインティング: 局所 K-SVD	378

15.3.3	画像のインペインティング：大域 MCA	385
15.3.4	インパルスノイズのフィルタリング	391
15.4	画像の高解像度化	396
15.4.1	問題設定	398
15.4.2	高解像度化アルゴリズム	399
15.4.3	高解像度化の実験結果	403
15.4.4	画像の高解像度化のまとめ	407
15.5	まとめ	408
	参考文献	408
第 16 章	エピローグ	413
16.1	本書で扱った内容	413
16.2	本書で扱わなかった内容	414
16.3	本書の最後に	415
付録 A	本書の表記法	417
付録 B	略語一覧	423
	欧文索引	427
	和文索引	433