

目 次

はじめに	1
1 非線形数学へ向けた序説	5
1.1 線形理論の概観	5
1.1.1 ベクトル空間と線形写像	5
1.1.2 定義域, 値域	8
1.1.3 核, 余核	9
1.1.4 スペクトル分解	10
1.1.5 グラフ	15
1.1.6 線形作用素の環	17
1.1.7 線形作用素の関数	20
1.2 非線形現象の原形	22
1.2.1 スケール	23
1.2.2 非線形領域	24
1.2.3 特異性	26
1.2.4 襞	29
2 基本となる方法	33
2.1 トポロジ的方法	33
2.1.1 写像度	33
2.1.2 不動点定理	35
2.2 解析学的方法	37
2.2.1 逐次代入法	38
2.2.2 単調作用素	42
2.2.3 変分法	48
2.3 代数学的方法	50

2.3.1	線形理論に潜む非線形問題	50	4.4.1	作用素の半群	134
2.3.2	Lax 方程式	51	4.4.2	吸引集合とアトラクター	138
2.3.3	代数的構造と対称性	57	4.4.3	例: Lorenz 方程式	142
2.4	幾何学的方法	63	4.4.4	例: 非線形偏微分方程式	143
2.4.1	Hamilton 力学の一般的形式	63	4.4.5	アトラクターの安定性	145
2.4.2	正準形式とシンプレクティック幾何学	74	4.5	カオス	146
2.4.3	非正準 Hamilton 力学系と葉層構造	77	4.5.1	Li-Yorke の定理	147
2.4.4	対称性と可積分性	81	4.5.2	カオスとは何か	150
3	スケーリングとくりこみ群	87	4.5.3	Hausdorff 次元・フラクタル次元	152
3.1	問題の導入 相転移と臨界現象	87	4.5.4	Lyapunov 次元	155
3.2	汎関数積分と鞍点法	90	5	非線形波動・ソリトン	159
3.3	スケーリング仮説と異常次元	94	5.1	はじめに	159
3.4	くりこみ群	100	5.1.1	ソリトン小史	159
3.4.1	くりこみ群の方程式	101	5.1.2	非線形と分散	160
3.4.2	固定点	102	5.1.3	ソリトン方程式と物理系	165
3.4.3	固定点のまわりの挙動	103	5.1.4	ソリトンの性質	168
3.4.4	臨界指数の計算	105	5.2	ソリトン理論	170
4	分岐・アトラクター・カオス	113	5.2.1	直接法	170
4.1	典型的な非線形方程式	113	5.2.2	Lax ベア	173
4.1.1	Lorenz 方程式	113	5.3	Painlevé テスト	177
4.1.2	反応拡散方程式	114	5.3.1	常微分方程式の Painlevé 性	178
4.1.3	Navier-Stokes 方程式	115	5.3.2	偏微分方程式の Painlevé 性	181
4.2	平衡点の安定性	117	5.4	ソリトン方程式の階層	183
4.2.1	線形系の場合	117	5.4.1	Burgers 方程式の階層	183
4.2.2	線形化方程式	120	5.4.2	KP 階層	188
4.2.3	安定多様体・不安定多様体	122	5.4.3	ソリトン解の構成	192
4.3	分岐理論	125	5.5	曲線の運動とソリトン	194
4.3.1	1パラメタ分岐	126	5.6	超離散法	199
4.3.2	中心多様体定理	130	5.6.1	セルオートマトン	199
4.4	アトラクター	133	5.6.2	超離散法とは	201
			5.6.3	超離散 Burgers 方程式	202

5.6.4 超離散法の課題	205
参 考 文 献	207
索 引	209