

目 次

はじめに	1
1 1階偏微分方程式	3
1.1 線形偏微分方程式	3
1.2 1階偏微分方程式と特性帯	8
1.2.1 積分曲面	8
1.2.2 特性曲線と特性帯	9
1.2.3 準線形1階の偏微分方程式の解法	18
1.3 1階偏微分方程式の初期値問題	20
1.4 完全積分	22
1.4.1 完全解, 一般解, 特異解	22
1.4.2 完全解が容易に求められる1階の偏微分方程式	27
1.4.3 積分可能条件	28
1.4.4 Lagrange-Charpitの方法	30
1.5 Hamilton-Jacobiの理論	35
1.5.1 極値問題とEuler-Lagrange方程式	35
1.5.2 Lagrangeの方程式と正準方程式	40
1.5.3 正準変換	41
1.5.4 Hamilton-Jacobiの方程式	43
1.6 正準方程式の積分	44
2 2階線形偏微分方程式	49
2.1 2階線形偏微分方程式の例	49
2.1.1 波動方程式	49
2.1.2 拡散方程式	50
2.1.3 Laplace Poisson方程式	51

2.2	2 階偏微分方程式の分類と一般論	52
2.2.1	分類 (双曲型, 楕円型, 放物型)	52
2.2.2	積分曲面と初期値問題	56
2.3	変数分離と固有値問題	61
2.3.1	直交曲線座標系と変数分離	62
2.3.2	Sturm-Liouville 型方程式の固有値と固有関数	76
2.3.3	固有関数展開	80
2.3.4	Fourier-Bessel 展開	87
2.4	Green 関数と境界値問題	89
2.4.1	デルタ関数	89
2.4.2	随伴偏微分方程式と Green の公式	90
2.4.3	Green 関数	93
2.4.4	Laplace 方程式の主要解	94
2.4.5	随伴 Green 関数と双対性	101
2.4.6	波動方程式の主要解	102
2.4.7	拡散方程式の主要解	106
2.5	直交座標系における初期値, 境界値問題の解法	109
2.5.1	Laplace 方程式	109
2.5.2	波動方程式	114
2.5.3	拡散方程式	118
2.6	中心対称な問題	122
2.6.1	円, 球に対する Dirichlet 問題	122
2.6.2	円形膜の振動	129
2.6.3	円形領域内の拡散問題	131
2.6.4	波の放射と散乱	132
3	積分変換を利用した解法	137
3.1	積分変換の基本と可能性条件	137
3.2	有限積分変換	141
3.2.1	一般論	141
3.2.2	応用例	142
3.3	無限積分変換	145

3.3.1	一般論	145
3.3.2	Fourier 変換とその応用	148
3.3.3	Laplace 変換とその応用	162
3.3.4	Mellin 変換とその応用	172
3.3.5	Hankel 変換とその応用	183
3.3.6	積分変換の積分方程式への応用	190

付録 A	197
A.1 ガンマ関数とベータ関数	197
A.1.1 ガンマ関数	197
A.1.2 ベータ関数	198
A.2 Bessel 関数	198
A.2.1 Bessel 関数, Neumann 関数	198
A.2.2 Hankel 関数	203
A.2.3 球 Bessel 関数	204
A.2.4 変形された Bessel 関数	204
A.3 Legendre 関数	206
A.3.1 Legendre 関数	206
A.3.2 Legendre 陪関数	209
A.3.3 球面調和関数	209
参 考 文 献	211
お わ り に	213
索 引	215