目　次

はじめに 1

1 最適化概論 **3**

1.1 最適化問題とは 3

1.2 最適解の概念 12

1.2.1 最適解の存在と実行可能性 13

1.2.2 大域的最適解と局所最適解 14

1.3 理論の枠組み：凸計画，線形計画，非線形計画 14

1.3.1 凸計画問題 15

1.3.2 線形計画問題 16

1.3.3 非線形計画問題 17

1.3.4 整数計画問題 18

1.3.5 多目的最適化問題 19

1.3.6 変分問題 19

1.4 工学と最適化 20

1.5 記号について 21

2 非線形計画 **25**

2.1 無制約最適化 25

2.1.1 非線形計画問題の定義 25

2.1.2 最適化の解法の基礎 28

2.1.3 最適性条件 31

2.1.4 解法 (1)：最急降下法 35

2.1.5 解法 (2)：Newton 法 44

2.1.6 解法 (3)：準 Newton 法 49

2.1.7 解法 (4)：信頼領域法 57

2.2 等式制約下の最適化 61
2.3 不等式制約下の最適化 66
2.3.1 KKT 条件 68
2.3.2 解法 (1)：罰金関数と障壁関数 75
2.3.3 解法 (2)：逐次 2 次計画法 81
2.3.4 解法 (3)：主双対内点法 83
2.3.5 解法 (4)：乗数法 86
2.4 変分不等式 90
2.4.1 相補性問題 90
2.4.2 変分不等式問題 93
2.4.3 方程式への再定式化 95

3 双対理論 99
3.1 凸集合と凸関数 99
3.1.1 凸集合 99
3.1.2 錐 103
3.1.3 凸関数 107
3.2 劣勾配 117
3.3 分離定理 119
3.4 Legendre 変換と共役関数 123
3.5 最適性条件 129
3.6 双対問題 131
3.6.1 Fenchel 双対性 132
3.6.2 Lagrange双対性 137
3.6.3 Wolfe双対問題 140

4 線形計画 143
4.1 線形計画問題 143
4.1.1 定義 143
4.1.2 種々の線形計画問題 146
4.2 双対性 151
4.2.1 双対問題 151
4.2.2 双対定理 152
4.2.3 最適性条件 157
4.3 単体法 166
4.3.1 基底解 167
4.3.2 枢軸変換 (非退化な問題の場合) 168
4.3.3 退化した問題の場合 169
4.3.4 初期化 (2 段階単体法) 170
4.3.5 その他の単体法 170
4.4 内点法 171
4.4.1 線形計画問題のサイズ 171
4.4.2 主内点法 172
4.4.3 主双対内点法 174
4.4.4 内点法の多項式性と計算に要する手間 177
4.5 凸 2 次計画問題とその解法 180

5 半正定値計画 185
5.1 半正定値計画問題 185
5.2 双対性と内点法 194
5.2.1 双対定理 194
5.2.2 半正定値計画問題のスケーリング 199
5.2.3 半正定値計画問題の内点法 200
5.3 応用 205
5.4 2 次錐計画 215
5.4.1 2次錐計画問題 216
5.4.2 2 次錐計画問題の解法 228
5.4.3 錐計画 230

6 変分法 233
6.1 変分問題 233
6.2 変分法の基本事項 236
6.2.1 変分法の基本補題 236
6.2.2 Euler 方程式 237

6.2.3 いくつかの重要な場合 241
6.2.4 極 小 の 条 件 247
6.3 拘束条件のある場合 251
6.3.1 等 周 問 題 251
6.3.2 制約付き変分法 254
6.4 双 対 性 255
6.5 解 法 265
6.5.1 Ritz 法 265
6.5.2 有 限 要 素 法 269

参 考 文 献 275

お わ り に 279

索 引 281