

目 次

は じ め に	1
1 行列とグラフ	3
1.1 行列と有向グラフ	3
1.1.1 グラフ表現	3
1.1.2 強連結成分分解	5
1.1.3 ブロック三角化	10
1.1.4 周 期	14
1.2 行列と 2 部グラフ	17
1.2.1 グラフ表現	17
1.2.2 ブロック三角化	19
2 非 負 行 列	23
2.1 非 負 行 列	23
2.1.1 定 義	23
2.1.2 既 約 性	24
2.1.3 べき乗とグラフ	24
2.2 Perron–Frobenius の定理	27
2.2.1 定 理	27
2.2.2 既約な場合の証明	29
2.2.3 既約でない場合の証明	34
2.3 確 率 行 列	37
2.3.1 定 義	37
2.3.2 Markov 連鎖	38
2.4 M 行 列	45
2.4.1 定 義	45

2.4.2	例	46
2.4.3	数学的性質	49
2.5	二重確率行列	52
2.5.1	定義	52
2.5.2	Birkhoffの定理	53
3	線形不等式系	57
3.1	線形不等式の形	57
3.2	Fourier–Motzkinの消去法	59
3.3	線形不等式系の解の存在	63
3.3.1	Farkasの補題	63
3.3.2	二者択一定理	69
3.4	不等式系の解の構造	71
3.4.1	不等式系と多面体	71
3.4.2	凸錐	74
3.4.3	斉次不等式系の解集合	76
3.4.4	非斉次不等式系の解集合	81
3.5	線形計画法	83
3.5.1	問題の記述形式	83
3.5.2	最適解の存在	86
3.5.3	双対性	88
4	整数行列	93
4.1	単模行列(ユニモジュラ行列)	93
4.1.1	整数行列の逆行列	93
4.1.2	整数格子点	94
4.2	整数基本変形	96
4.2.1	定義	96
4.2.2	行列式因子	99
4.3	Hermite標準形	100
4.4	Smith標準形(単因子標準形)	104
4.5	線形方程式系の整数解	109

4.6	線形不等式系の整数性	114
4.6.1	整数計画と線形計画	114
4.6.2	完全単模行列	117
4.6.3	線形計画の整数性	123
5	多項式行列	127
5.1	多項式行列とその例	127
5.1.1	多項式行列とは	127
5.1.2	工学における例	128
5.2	多項式の性質	131
5.3	単模行列と基本変形	136
5.3.1	単模行列(ユニモジュラ行列)	136
5.3.2	基本変形	137
5.3.3	行列式因子	140
5.4	Hermite標準形	142
5.5	Smith標準形(単因子標準形)	147
5.6	線形方程式系の解	153
5.7	行列束	155
5.7.1	定義	155
5.7.2	真の等価性	156
5.7.3	Kronecker標準形	157
5.7.4	等価性と真の等価性の関係	166
6	一般逆行列	171
6.1	一般逆行列とは	171
6.1.1	定義と構成法	171
6.1.2	特徴づけ	174
6.1.3	一般解の表示式	175
6.2	最小ノルム型一般逆行列	176
6.2.1	定義と構成法	176
6.2.2	特徴づけ	179
6.3	最小2乗型一般逆行列	181

6.3.1	定義と構成法	181
6.3.2	特徴づけ	184
6.3.3	一般解の表示式	187
6.4	Moore–Penrose 型一般逆行列	188
6.4.1	定義と構成法	188
6.4.2	特徴づけ	190
6.5	応 用	193
7	群表現論	197
7.1	対称性をもつシステム	197
7.1.1	対称性の利用法	197
7.1.2	対称性の表現法	199
7.2	対 称 性 と 群	202
7.2.1	群	203
7.2.2	群 の 表 現	206
7.2.3	システムの対称性	209
7.3	群表現の性質	215
7.3.1	同 値 性	215
7.3.2	既 約 表 現	219
7.3.3	既 約 分 解	228
7.4	群対称性をもつ行列のブロック対角化	232
7.4.1	概 観	232
7.4.2	変換行列の分割	233
7.4.3	ブロック対角化 I	235
7.4.4	ブロック対角化 II	237
7.5	指 標	239
7.5.1	定 義	240
7.5.2	指 標 表	241
7.5.3	直 交 性	242
7.5.4	重複度の公式	247
	参 考 文 献	251

お わ り に	255
索 引	257