

# 目 次

は じ め に . . . . .	1
<b>1 複素数とその関数 . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1 複 素 数 . . . . .	3
1.1.1 複素数の定義 . . . . .	3
1.1.2 複素数の加減乗除 . . . . .	5
1.2 複 素 平 面 . . . . .	6
1.2.1 複素平面と複素数 . . . . .	6
1.2.2 複素数の2次元極座標による表示 . . . . .	8
1.2.3 Euler の公式と複素数の極形式 . . . . .	10
1.2.4 複素数のべき乗とべき根 . . . . .	11
1.3 複素数の数列と級数 . . . . .	13
1.3.1 数 列 と 極 限 . . . . .	13
1.3.2 級数とその収束 . . . . .	16
<b>2 複素関数と正則性 . . . . .</b>	<b>21</b>
2.1 複素関数とその連続性 . . . . .	21
2.2 複素関数の微分可能性と正則性 . . . . .	23
2.2.1 複素関数の微分 . . . . .	23
2.2.2 微 分 の 公 式 . . . . .	24
2.2.3 Cauchy-Riemann の関係と逆関数定理 . . . . .	26
2.2.4 $z$ による偏微分と $\bar{z}$ による偏微分 . . . . .	31
<b>3 初 等 関 数 . . . . .</b>	<b>33</b>
3.1 無 限 遠 点 . . . . .	33
3.2 べ き 級 数 . . . . .	35

3.2.1	べき級数の収束	35
3.2.2	収束半径	36
3.3	指数関数, 三角関数, 双曲線関数	39
3.3.1	指数関数	39
3.3.2	三角関数, 双曲線関数	40
3.4	対数関数	42
3.4.1	対数関数の定義と主値	42
3.4.2	対数関数の多価性と Riemann 面	44
3.5	一般のべき関数と多価性	46
3.5.1	べき関数の定義	46
3.5.2	多価関数 $w = z^{1/n}$ の写像と Riemann 面	47
3.6	無限乗積	48
3.6.1	無限乗積の定義と収束・発散	48
3.6.2	無限乗積の例 ( $\sin z$ , $\cos z$ の無限乗積表示)	50
4	等角写像	53
4.1	等角写像の定義	53
4.2	簡単な等角写像の例	55
4.3	1 次変換	57
4.3.1	整関数および有理関数	57
4.3.2	1 次分数関数と 1 次変換	58
4.3.3	1 次変換の例(等角写像)	59
4.4	調和関数と等角写像	61
4.4.1	等角写像による Laplace 方程式の変換	61
4.4.2	電磁気学, 流体力学における調和関数	62
4.4.3	電磁気学への応用	65
4.4.4	流体力学への応用	69
5	特異点	75
5.1	孤立特異点	75
5.1.1	除きうる特異点	75
5.1.2	極	76

5.1.3	真性(孤立)特異点	76
5.2	集積特異点	78
5.3	分岐点	79
6	複素積分	83
6.1	Jordan 閉曲線と正則領域の形	83
6.2	複素積分の定義	84
6.3	複素積分の基本的性質	89
6.4	Cauchy の積分定理	90
6.4.1	Cauchy の積分定理	90
6.4.2	不定積分とその正則性	96
6.4.3	対数関数の多価性と $1/z$ の積分	98
6.5	留数	100
6.5.1	留数の定義と留数の定理	100
6.5.2	無限遠点の留数	106
6.6	複素積分の応用	108
6.6.1	留数の定理の応用(定積分の計算)	108
6.6.2	定積分における多価関数の分岐点の取扱い	117
7	Cauchy の積分公式と複素関数のべき級数展開	121
7.1	Cauchy の積分公式とそれから導かれる定理	121
7.1.1	Cauchy の積分公式	121
7.1.2	最大値の原理と Liouville 定理	124
7.1.3	代数学の基本定理	126
7.2	Cauchy の積分定理と正則性	127
7.2.1	Goursat の定理と Morera の定理	127
7.2.2	Goursat の定理の応用	130
7.3	Taylor 展開および Laurent 展開	131
7.3.1	Taylor 展開(正則点のまわりのべき級数展開)	131
7.3.2	Laurent 展開	134
	参考文献	139