

目 次

はじめに	1
1 確率の基礎	3
1.1 事象と標本空間	3
1.1.1 事象	3
1.1.2 事象間の関係	4
1.1.3 和事象と積事象	5
1.2 確率の定義	6
1.2.1 確率の公理にもとづく定義と加法定理	6
1.2.2 可算無限	7
1.2.3 確率の意味と経験的確率	8
1.2.4 条件付確率と乗法定理	9
1.2.5 独立	10
1.3 順列の数と組合せの数	13
1.3.1 順列の数	13
1.3.2 順列の数の比較による確率の計算	13
1.3.3 Laplace による先験的確率	14
1.3.4 組合せの数の計算	15
1.3.5 組合せの数の比較による確率の計算	16
1.4 Bayes の定理	17
2 確率変数	21
2.1 離散型確率分布	21
2.2 離散型確率分布の例	23
2.2.1 二項分布	23
2.2.2 Poisson 分布	24

2.2.3	幾何分布と負の二項分布	25	3.6	大数の法則と中心極限定理	64
2.3	連続型の確率分布	26	3.6.1	大数の法則	65
2.4	連続型の確率分布の例	28	3.6.2	中心極限定理	66
2.4.1	指数分布とガンマ分布	28	4	推定と検定	69
2.4.2	一様分布, ベータ分布, 逆変換法による乱数の発生	30	4.1	母集団と標本	69
2.4.3	正規分布	33	4.1.1	母集団・標本とは	69
2.4.4	対数正規分布	33	4.1.2	母集団の分布とランダムサンプリング	70
2.4.5	Weibull 分布	34	4.1.3	正規母集団	70
2.4.6	Cauchy 分布	36	4.2	点推定と区間推定	70
2.5	連続型の確率変数の変換	37	4.2.1	μ と σ^2 の点推定	71
2.6	k 次のモーメントと歪度・尖度	38	4.2.2	有限母集団修正	72
2.6.1	k 次のモーメント	38	4.2.3	χ^2 分布	72
2.6.2	歪度と尖度	39	4.2.4	t 分布	74
2.6.3	モーメント母関数と特性関数	42	4.2.5	標本平均の分布	77
3	多次元の確率分布	47	4.2.6	区間推定	77
3.1	2次元の確率分布	47	4.3	仮説検定	79
3.1.1	同時確率分布	47	4.3.1	仮説検定とは	79
3.1.2	共分散と相関係数	48	4.3.2	母平均に関する検定	80
3.1.3	周辺確率分布, 条件付確率分布および独立	49	4.3.3	母分散の検定	83
3.1.4	確率変数の和の分布と期待値・分散	52	4.4	推定と検定の例	84
3.2	n 次元の確率分布	54	5	異なった母集団の同一性の検定と F 分布	89
3.2.1	同時確率分布	54	5.1	2つの母集団の同一性の検定	89
3.2.2	周辺分布, 条件付分布, 独立	55	5.1.1	母平均の差の検定	89
3.2.3	n 個の確率変数の和の期待値, 分散	57	5.1.2	母分散の比の検定と F 分布	91
3.3	連続型の確率変数の変換	59	5.2	3つ以上の母集団の同一性の検定と一元配置分散分析	95
3.3.1	2次元の確率変数の変数変換	59	5.2.1	一元配置のモデル	95
3.3.2	n 次元の確率変数の変数変換	60	5.2.2	分散分析	95
3.4	多次元の確率分布の例	61	5.3	適合度の χ^2 検定による独立性の検定	97
3.4.1	多項分布	61	5.3.1	適合度の検定	98
3.4.2	多変量正規分布	62	5.3.2	分割表を使った独立性の検定	98
3.5	Riemann–Stieltjes 積分	63			

5.4	相関係数を使った検定	100
5.5	Wilcoxon の検定	101
5.5.1	Wilcoxon の順位和検定	101
5.5.2	Wilcoxon の符号付順位検定	105
5.6	検定の例	107
5.6.1	2つの母集団の同一性の検定	107
5.6.2	一元配置分散分析	109
5.6.3	分割表を使った独立性の検定	111
5.6.4	相関係数を使った検定	112
5.6.5	Wilcoxon の検定	113
6	回 帰 分 析	115
6.1	単回帰分析	115
6.1.1	線形回帰モデル	115
6.1.2	最小二乗法による推定	116
6.1.3	最小二乗推定量の性質と分散	118
6.1.4	当てはまりの良さと決定係数 R^2	119
6.1.5	回帰係数の標本分布	119
6.1.6	回帰係数の検定	120
6.1.7	定数項を含まない回帰モデル	121
6.2	重回帰分析	122
6.2.1	重回帰モデル	122
6.2.2	最小二乗法による重回帰モデルの推定	123
6.2.3	最尤推定量	124
6.2.4	重回帰分析における検定	126
6.2.5	説明変数の選択とモデルの当てはまりの良さの基準	128
6.2.6	ダミー変数	131
6.3	回帰分析の例	133
7	ベクトルと行列を使った回帰分析	137
7.1	重回帰モデルのベクトルと行列による表示	137
7.2	誤差項の分散-共分散行列	138

7.3	最小二乗法と最小二乗推定量	139
7.3.1	最小二乗法	139
7.3.2	最小二乗推定量の性質	141
7.3.3	回帰残差の平方和の期待値	142
7.3.4	Gauss-Markov の定理の証明	143
7.4	最小二乗推定量の標本分布と検定	144
7.4.1	推定量, 回帰残差の平方和の分布	144
7.4.2	F 検定量の分布	145
7.4.3	一部の回帰係数の推定	146
7.4.4	分散-共分散行列を使った仮説検定	147
7.4.5	予測の信頼区間	148
7.5	ベクトルと行列を使った分析の例	148
付録 A	確率空間と確率変数, 収束の定義	151
A.1	確率空間	151
A.1.1	σ 集合体と可測空間	151
A.1.2	確率測度と確率空間	152
A.2	確率変数と可測関数	153
A.2.1	確率変数	153
A.2.2	可測関数	154
A.2.3	$\Omega = (0, 1]$ の確率空間	154
A.3	収束の定義	155
A.3.1	概収束	156
A.3.2	確率収束	157
A.3.3	平均収束	157
A.3.4	法則収束	157
A.3.5	収束間の関係	158
A.3.6	概収束, 確率収束, 平均収束の例	159
A.4	確率収束に関する定理	160
A.4.1	Chebyshev の不等式	160
A.4.2	確率変数の一方が定数に収束する場合の収束	161