目　次

第 1 章　数学的準備 **1**

1.1　曲線と曲面 1

1.1.1　曲線の方程式 1

1.1.2　曲線の法線ベクトル 2

1.1.3　曲線の接線 7

1.1.4　曲面の方程式 9

1.1.5　曲面の法線ベクトル 10

1.1.6　曲面の接平面 14

1.2　1 次形式と 2 次形式 16

1.2.1　1 次形式 16

1.2.2　2 次形式 17

1.2.3　2 次形式の微分 20

1.2.4　双 1 次形式 21

1.3　2 次形式の標準形 23

1.3.1　固有値と固有ベクトル 23

1.3.2　対称行列の対角化 30

1.3.3　2 次形式の標準形 31

1.3.4　正値対称行列 36

1.3.5　正値 2 次形式 37

第 2 章　関数の極値 **41**

2.1　1 次関数と 2 次関数 41

2.1.1　1 次関数の勾配 41

2.1.2　2 次関数の平行移動 44

2.1.3 2 次関数の極値 46
2.1.4 極値の判定 52
2.2 関数の勾配と等高線 55
2.2.1 関数の勾配 55
2.2.2 関数の等高線 57
2.3 関数の極値 59
2.3.1 関数の 2 次近似 59
2.3.2 関数の停留点 60
2.4 ラグランジュの未定乗数法 63
2.4.1 制約条件が一つの場合 63
2.4.2 応用例 67
2.4.3 制約条件が複数の場合 75

第 3 章 関数の最適化 79
3.1 勾配法 79
3.1.1 1 変数の場合 79
3.1.2 多変数の場合 82
3.2 ニュートン法 85
3.2.1 1 変数の場合 85
3.2.2 多変数の場合 88
3.2.3 ニュートン法の収束 * 93
3.3 共役勾配法 97
3.3.1 2 変数の場合 97
3.3.2 拡張と応用 100

第 4 章 最小二乗法 105
4.1 式の当てはめ 105
4.1.1 直線の当てはめ 105
4.1.2 多項式の当てはめ 110
4.1.3 一般の曲線の当てはめ 114
4.2 連立 1 次方程式 116
4.2.1 多すぎる方程式 116

4.2.2 少なすぎる方程式 123
4.2.3 特異値分解と一般逆行列 * 126
4.3 非線形最小二乗法 130
4.3.1 ガウス・ニュートン法 130
4.3.2 レーベンバーグ・マーカート法 132

第 5 章 統計的最適化 135
5.1 最尤推定 135
5.2 直線当てはめ 138
5.2.1 出力誤差モデル 138
5.2.2 入力誤差モデル 140
5.3 データの分類 145
5.3.1 クラスの判別 145
5.3.2 教師なし学習 146
5.4 不完全データからの最尤推定 * 152
5.4.1 欠損データがある場合 152
5.4.2 EM アルゴリズム 153

第 6 章 線形計画法 159
6.1 線形計画の標準形 159
6.2 可能領域 162
6.3 線形計画の基本定理 165
6.4 スラック変数 168
6.5 シンプレックス法 170
6.5.1 原理と計算法 170
6.5.2 幾何学的解釈 174
6.5.3 シンプレックス表によるプログラミング 178
6.6 退化 182
6.7 人工変数 188
6.8 双対原理 * 194
6.8.1 双対問題と双対変数 194
6.8.2 双対定理 197

6.8.3 スラック変数と双対変数 199
6.8.4 双対変数の解釈 202

第 7 章 非線形計画法 205
7.1 非線形計画 205
7.2 ラグランジュ乗数 207
7.3 双対原理 * 209

第 8 章 動的計画法 215
8.1 多段階決定問題 215
8.2 動的計画法 217
8.3 最適経路問題 222
8.4 ストリングマッチング * 225
8.5 制約のある多段階決定問題 230

解説と参考文献 235

索 引 243

* 印のついた節や項はやや高級な内容を含んでいるので，飛ばして読んでも差し支えない．