目 次

第1章	様々なリズムと同期	1
1.1	生命のリズム現象 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	1
1.2	リズムの基本性質 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	9
	1.2.1 安定性 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	9
	1.2.2 応答性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	12
1.3	リズムの数学的記述方法 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	14
	1.3.1 アトラクタ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	14
	1.3.2 リミットサイクル ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	17
1.4	リミットサイクルの例 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	18
	1.4.1 メトロノーム・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	18
	1.4.2 化学反応 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	20
	1.4.3 細胞の電気的活動 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	
1.5	リミットサイクル振動子の位相応答曲線 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	24
1.6	同期現象 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	1.6.1 同期の分類と用語 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	
	1.6.2 数理モデルにおける同期の例 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	29
	1.6.3 同期の機構と条件 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	32
1.7	補足	
	1.7.1 その他の生物リズム ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	3
	1.7.2 数理モデルに関して ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	3

第2章	力学系の初歩とリミットサイクル	36
2.1	力学系の考え方 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	36
	2.1.1 1変数の自律系常微分方程式 ・・・・・・・・・・・	36
	2.1.2 定性的な解の運動 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	39
	2.1.3 平衡点と解の軌道 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	42
2.2	周期解とリミットサイクル ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	43
	2.2.1 非自律系の周期解 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	43
	2.2.2 平衡点と周期軌道 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	44
	2.2.3 力学系の極限集合とリミットサイクル ・・・・・・・・・	52
2.3	リミットサイクルの分岐 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	55
	2.3.1 解の分岐とは ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	55
	2.3.2 周期解の分岐・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	57
	2.3.3 周期解の分岐と標準形 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	62
2.4	常微分方程式の基礎的な定理・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	67
	2.4.1 解の一意性と初期値に関する連続性 ・・・・・・・・・・・・・・・	67
	2.4.2 平衡点の安定性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	70
2.5	補足	73
第3章	位相方程式による同期現象の解析	78
3.1	縮約とは? ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	78
3.2	位相方程式の導出・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	80
	3.2.1 位相の定義とアイソクロン ・・・・・・・・・・・・・・・・・	80
	3.2.2 摂動系の位相記述 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	83
	3.2.3 位相感受関数 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	86
	3.2.4 結合振動子系の位相記述 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	87
3.3	平均化近似 ·····	88
	3.3.1 不均一性 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	88
	3.3.2 結合 · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	91
	3.3.3 周期外力 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	92
	3.3.4 結合関数のフーリエ級数による表示 ・・・・・・・・・・・	93

目

次 ix

3.4	位相縮約の解析的な計算:スチュアート・ランダウ振動子の例 9.	4
	3.4.1 位相とアイソクロン ・・・・・・・・・ 9.	5
	3.4.2 位相感受関数 · · · · · · · 9	6
	3.4.3 位相方程式 · · · · · · · · 9	7
3.5	位相方程式の解法と同期現象 ・・・・・・・・・・・・ 9	8
	3.5.1 結合関数が基調成分だけの場合 ・・・・・・・ 99	9
	3.5.2 一般の結合関数の場合 ・・・・・・・・・・・・10	1
	3.5.3 周期外力の場合 ・・・・・・・・・・・・・・10:	2
3.6	数値的な位相縮約・・・・・・・・・・・・・・・・・・・10:	2
	3.6.1 位相感受関数の数値的計算法 ・・・・・・・・・・・10	2
	3.6.2 例:周期外力を受けるフィッツフュー・南雲振動子 ・・・104	4
	3.6.3 例:2つの結合するフィッツフュー・南雲振動子 ・・・・・100	6
3.7	補足 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・109	9
第4章	位相ダイナミクスの力学系理論 112	2
4.1	周期軌道の周りの運動と位相ダイナミクス ・・・・・・・・・11:	2
	4.1.1 準備 · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	2
	4.1.2 周期係数の線形微分方程式系とフロケ理論・・・・・・・116	6
	4.1.3 周期軌道の周りの運動と安定性 ・・・・・・・・・119	9
	4.1.4 摂動に対するリミットサイクルの安定性 ・・・・・・・12	7
4.2	位相と平均化法の理論付け ・・・・・・・・・・・・・・・・13	3
	4.2.1 位相とアイソクロンの構造 ・・・・・・・・・13:	3
	4.2.2 平均化法 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	1
4.3	補足・・・・・・・・・・・・・・144	4
付録 A	周期外力を受ける振動子の $m:n$ 同期の解析 147	7
A.1	平均化近似の拡張 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・147	7
A.2	位相方程式による同期解析 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・148	8
A.3	周期外力を受けるフィッツフュー・南雲振動子 ・・・・・・・148	3
付録B	位相方程式の拡張 151	1
		-

x 目

次

B.1 B.2	一般的な摂動に対する位相感受関数 · · · · · · · · · · · · · · · · 結合の時間遅れ · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
付録 C	位相感受関数の数値的・実験的計測方法	153
C.1	位相感受関数の数値計算における注意点 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	• 153
C.2	位相感受関数と位相結合関数の実験系における計測 ・・・・・・	• 154
付録 D	不変多様体の理論の結合振動子系への応用	156
参考文献	找	165
索引		167

目

次 xi