



# 目次

訳者序文	iii
序文	v
特殊関数と表記法	xxv

## 0 よく使う公式の早引表

0.1 よく使う関係式	1
0.1.1 三角関数の関係式	1
0.1.2 双曲線関数の関係式	2
0.2 複素平面の関係式	2
0.3 いろいろな定数	2
0.4 微分	3
0.5 微分の公式	3
0.6 積分の公式	4
0.7 一般の級数	10
0.8 幾何	12

## 1 級数とその公式

1.1 実数, 複素数の代数的性質	27
1.1.1 複素数	27
1.1.2 実数と複素数についての代数不等式	29

1.2	有限和	33
1.2.1	正整数のべきの二項定理	33
1.2.2	算術級数, 幾何級数と算術幾何級数	37
1.2.3	整数のべき乗の和	37
1.2.4	数学的帰納法による証明	39
1.3	ベルヌーイ数, オイラー定数, 多項式	41
1.3.1	ベルヌーイ数, オイラー定数	41
1.3.2	ベルヌーイ多項式とオイラー多項式	47
1.3.3	オイラー-マクローリンの和の公式	50
1.3.4	交代級数の収束速度の改良	51
1.4	行列式	53
1.4.1	2次と3次の行列式の展開	53
1.4.2	小行列, 余因子, ラプラスの展開	53
1.4.3	行列式の基本性質	56
1.4.4	ヤコビの定理	56
1.4.5	アダマールの定理	57
1.4.6	アダマールの不等式	57
1.4.7	クラメールの公式	58
1.4.8	特別な行列式	59
1.4.9	ルース-フルウィッツの条件	61
1.5	行列	62
1.5.1	特別な行列	62
1.5.2	2次形式	67
1.5.3	関数を要素にもつ行列の微分と積分	69
1.5.4	行列の指数関数	70
1.5.5	ゲルシュゴーリンの制限定理 (円定理)	71
1.6	順列と組合せ	71
1.6.1	順列	71
1.6.2	組合せ	72
1.7	部分分数展開	73
1.7.1	有理関数	73
1.7.2	未定係数法	73
1.8	級数の収束	76
1.8.1	級数の収束の種類	76
1.8.2	収束判定条件	77
1.8.3	無限定数項級数の例	80

1.9	無限乗積	82
1.9.1	無限乗積の収束	82
1.9.2	無限乗積の例	83
1.10	関数項級数	85
1.10.1	一様収束	85
1.11	べき級数	87
1.11.1	定義	87
1.12	テイラー級数	92
1.12.1	定義と剰余項	92
1.12.2		93
1.12.3		94
1.12.4	位数の表記 (大きな $O$ と小さな $o$ )	94
1.13	フーリエ級数	95
1.13.1	定義	95
1.14	漸近展開	100
1.14.1	漸近展開の説明	100
1.14.2	漸近級数の定義と性質	101
1.15	微分積分の基本的な結果	102
1.15.1	微分の公式	102
1.15.2	積分	103
1.15.3	漸化式	107
1.15.4	異常積分 (広義積分)	108
1.15.5	有理関数の積分	110
1.15.6	定積分の簡単な応用	112

## 2 関数とそれらの公式

2.1	複素数と三角関数, 双曲線関数	117
2.1.1	基本的な公式	117
2.2	対数関数と指数関数	129
2.2.1	基本的な関数関係	129
2.2.2	数 $e$	131
2.3	指数関数	132
2.3.1	級数表現	132
2.4	三角関数の恒等式	133
2.4.1	三角関数	133

2.5	双曲線関数の恒等式	140
2.5.1	双曲線関数	140
2.6	対数	146
2.6.1	級数表現	146
2.7	逆三角関数と逆双曲線関数	148
2.7.1	定義域と主値	148
2.7.2	関数関係	148
2.8	三角関数と逆三角関数の級数表現	153
2.8.1	三角関数	153
2.8.2	双曲線関数	154
2.8.3	逆三角関数	154
2.8.4	逆双曲線関数	155
2.9	よく使う初等関数の極限值と不等式	156
2.9.1	対数関数	156
2.9.2	指数関数	156
2.9.3	三角関数と双曲線関数	157

### 3 初等関数の微分

3.1	代数関数, 対数関数, 指数関数の微分	159
3.1.1		159
3.2	三角関数の微分	160
3.2.1		160
3.3	逆三角関数の微分	160
3.3.1		160
3.4	双曲線関数の微分	161
3.4.1		161
3.5	逆双曲線関数の微分	162
3.5.1		162

### 4 有理関数と無理関数の不定積分

4.1	代数的関数と超越関数	163
4.1.1	定義	163
4.2	有理関数の不定積分	164
4.2.1	$x^n$ を含む関数の積分	164

- 4.2.2  $a + bx$  を含む関数の積分 165
- 4.2.3 一次式の積で表される形を含む関数の積分 167
- 4.2.4  $a^2 \pm b^2 x^2$  を含む関数の積分 168
- 4.2.5  $a + bx + cx^2$  を含む関数の積分 172
- 4.2.6  $a + bx^3$  を含む関数の積分 173
- 4.2.7  $a + bx^4$  を含む関数の積分 174
- 4.3 無理関数 (有理関数でない代数関数) 175
  - 4.3.1  $a + bx^k$  と  $\sqrt{x}$  を含む関数の積分 175
  - 4.3.2  $(a + bx)^{1/2}$  を含む関数の積分 178
  - 4.3.3  $(a + cx^2)^{1/2}$  を含む関数の積分 179
  - 4.3.4  $(a + bx + cx^2)^{1/2}$  を含む関数の積分 181

## 5 指数関数の不定積分

- 5.1 基本的な公式 185
  - 5.1.1  $e^{ax}$  を含む関数の積分 185
  - 5.1.2 指数関数と有理関数を含む関数の積分 186
  - 5.1.3 指数関数と超越関数を含む関数の積分 187

## 6 対数関数の不定積分

- 6.1 対数関数と多項式の組合せ 191
  - 6.1.1 対数 191
  - 6.1.2  $\ln(ax)$  と  $x$  のべき乗を組み合わせた形の積分 192
  - 6.1.3  $(a + bx)^m \ln^n x$  を含む形の積分 193
  - 6.1.4  $\ln(x^2 \pm a^2)$  を含む形の積分 195
  - 6.1.5  $x^m \ln[x + (x^2 \pm a^2)^{1/2}]$  を含む形の積分 196

## 7 双曲線関数の不定積分

- 7.1 基本的な公式 199
  - 7.1.1  $\sinh(a + bx)$  と  $\cosh(a + bx)$  を含む形の積分 199
- 7.2  $\sinh(bx)$  や  $\cosh(bx)$  のべき乗を含む形の積分 200
  - 7.2.1  $\sinh(bx)$  のべき乗を含む形の積分 200
  - 7.2.2  $\cosh(bx)$  のべき乗を含む形の積分 200
- 7.3  $(a + bx)^m \sinh(cx)$  や  $(a + bx)^m \cosh(cx)$  を含む形の積分 201

7.3.1	一般的な公式	201
7.4	$x^m \sinh^n x$ や $x^m \cosh^n x$ を含む形の積分	203
7.4.1	$x^m \sinh^n x$ を含む形の積分	203
7.4.2	$x^m \cosh^n x$ を含む形の積分	203
7.5	$x^m \sinh^{-n} x$ や $x^m \cosh^{-n} x$ を含む形の積分	203
7.5.1	$x^m \sinh^{-n} x$ を含む形の積分	203
7.5.2	$x^m \cosh^{-n} x$ を含む形の積分	204
7.6	$(1 \pm \cosh x)^{-m}$ を含む形の積分	205
7.6.1	$(1 \pm \cosh x)^{-1}$ を含む形の積分	205
7.6.2	$(1 \pm \cosh x)^{-2}$ を含む形の積分	205
7.7	$\sinh(ax) \cosh^{-n} x$ や $\cosh(ax) \sinh^{-n} x$ を含む形の積分	205
7.7.1	$\sinh(ax) \cosh^{-n} x$ を含む形の積分	205
7.7.2	$\cosh(ax) \sinh^{-n} x$ を含む形の積分	206
7.8	$\sinh(ax + b)$ と $\cosh(cx + d)$ を含む形の積分	206
7.8.1	一般的な場合	206
7.8.2	$a = c$ の場合	207
7.8.3	$\sinh^p x \cosh^q x$ を含む形の積分	207
7.9	$\tanh kx$ と $\coth kx$ を含む形の積分	208
7.9.1	$\tanh kx$ を含む形の積分	208
7.9.2	$\coth kx$ を含む形の積分	208
7.10	$(a + bx)^m \sinh kx$ や $(a + bx)^m \cosh kx$ を含む形の積分	209
7.10.1	$(a + bx)^m \sinh kx$ を含む形の積分	209
7.10.2	$(a + bx)^m \cosh kx$ を含む形の積分	209

## 8 逆双曲線関数の不定積分

8.1	基本的な公式	211
8.1.1	$x^n$ と $\operatorname{arcsinh}(x/a)$ や $\operatorname{arccosh}(x/a)$ を含む形の積分	211
8.2	$x^{-n} \operatorname{arcsinh}(x/a)$ や $x^{-n} \operatorname{arccosh}(x/a)$ を含む形の積分	212
8.2.1	$x^{-n} \operatorname{arcsinh}(x/a)$ を含む形の積分	212
8.2.2	$x^{-n} \operatorname{arccosh}(x/a)$ を含む形の積分	213
8.3	$x^n \operatorname{arctanh}(x/a)$ や $x^n \operatorname{arcoth}(x/a)$ を含む形の積分	214
8.3.1	$x^n \operatorname{arctanh}(x/a)$ を含む形の積分	214
8.3.2	$x^n \operatorname{arcoth}(x/a)$ を含む形の積分	214
8.4	$x^{-n} \operatorname{arctanh}(x/a)$ や $x^{-n} \operatorname{arcoth}(x/a)$ を含む形の積分	215
8.4.1	$x^{-n} \operatorname{arctanh}(x/a)$ を含む形の積分	215

8.4.2  $x^{-n} \operatorname{arccoth}(x/a)$  を含む形の積分 215

## 9 三角関数の不定積分

- 9.1 基本的な公式 217
- 9.1.1 変数変換による計算 217
- 9.2  $x$  のべき乗,  $\sin x$ ,  $\cos x$  のべき乗を含む積分 219
- 9.2.1  $x^n \sin mx$  を含む積分 219
- 9.2.2  $x^{-n} \sin x$  を含む積分 220
- 9.2.3  $x^n \sin^{-m} x$  を含む積分 221
- 9.2.4  $x^n \cos^m x$  を含む積分 221
- 9.2.5  $x^{-n} \cos^m x$  を含む積分 223
- 9.2.6  $x^n \cos^{-m} x$  を含む積分 223
- 9.2.7  $x^n \sin x / (a + b \cos x)^m$ ,  $x^n \cos x / (a + b \sin x)^m$  を含む積分 224
- 9.3  $\tan x$ ,  $\cot x$  を含む積分 225
- 9.3.1  $\tan^n x$ ,  $\tan^n x / (\tan x \pm 1)$  を含む積分 225
- 9.3.2  $\cot^n x$ ,  $\tan x$ ,  $\cot x$  を含む積分 226
- 9.4  $\tan x$ ,  $\cot x$  を含む積分 226
- 9.4.1  $\sin^m x \cos^n x$  を含む積分 226
- 9.4.2  $\sin^{-n} x$  を含む積分 227
- 9.4.3  $\cos^{-n} x$  を含む積分 228
- 9.4.4  $\sin^m x / \cos^n x$  または  $\cos^m x / \sin^n x$  を含む積分 228
- 9.4.5  $\sin^{-m} x \cos^{-n} x$  を含む積分 230
- 9.5  $x$  の1次式,  $x$  のべき乗,  $\sin$ ,  $\cos$  を含む積分 231
- 9.5.1  $\sin(cx + d)$ ,  $\cos(px + q)$ ,  $(ax + b)^n$  の積を含む積分 231
- 9.5.2  $x^n \sin^m x$ ,  $x^n \cos^m x$  を含む積分 232

## 10 逆三角関数の不定積分

- 10.1  $x$  のべき乗と逆三角関数のべき乗を含む積分 235
- 10.1.1  $x^n \arcsin^m(x/a)$  を含む積分 235
- 10.1.2  $x^{-n} \arcsin(x/a)$  を含む積分 236
- 10.1.3  $x^n \arccos^m(x/a)$  を含む積分 236
- 10.1.4  $x^{-n} \arccos(x/a)$  を含む積分 237
- 10.1.5  $x^n \arctan(x/a)$  を含む積分 237
- 10.1.6  $x^{-n} \arctan(x/a)$  を含む積分 238



- 10.1.7  $x^n \operatorname{arccot}(x/a)$  を含む積分 238
- 10.1.8  $x^{-n} \operatorname{arccot}(x/a)$  を含む積分 239
- 10.1.9  $\operatorname{arccot}(x/a)$  と有理関数の積を含む積分 239

## 11 ガンマ関数, ベータ関数, $\Pi$ 関数, $\psi$ 関数

- 11.1  $\Gamma(x)$  のオイラー積分, 極限, 無限乗積による表示 241
  - 11.1.1 定義と記号 241
  - 11.1.2  $\Gamma(x)$  に対する重要な性質 242
  - 11.1.3  $\Gamma(x)$  と  $n!$  漸近表現 243
  - 11.1.4  $\Gamma(x)$  の具体的な値 243
  - 11.1.5 複素平面上で定義されたガンマ関数 244
  - 11.1.6  $\psi$  関数 (ディガンマ関数) 244
  - 11.1.7 ベータ関数 245
  - 11.1.8  $\Gamma(x)$  のグラフ, および  $\Gamma(x)$  と  $\ln \Gamma(x)$  の数表 246

## 12 楕円積分と楕円関数

- 12.1 楕円積分 251
  - 12.1.1 ルジャンドルの標準形 251
  - 12.1.2 完全楕円積分の数表と級数表示 253
  - 12.1.3  $E(\varphi, k)$  と  $F(\varphi, k)$  の数表と三角級数表示 255
- 12.2 ヤコビの楕円関数 257
  - 12.2.1 関数  $\operatorname{sn} u, \operatorname{cn} u, \operatorname{dn} u$  257
  - 12.2.2 基本的性質 257
- 12.3 微分と積分 259
  - 12.3.1  $\operatorname{sn} u, \operatorname{cn} u, \operatorname{dn} u$  の微分 259
  - 12.3.2  $\operatorname{sn} u, \operatorname{cn} u, \operatorname{dn} u$  を含む積分 259
- 12.4 ヤコビの楕円関数の逆関数 260
  - 12.4.1 定義 260

## 13 確率積分と誤差関数

- 13.1 正規分布 263
  - 13.1.1 定義 263
  - 13.1.2 べき級数展開 ( $x \geq 0$ ) 264

- 13.1.3 漸近展開 ( $x \gg 0$ ) 266
- 13.2 誤差関数 266
  - 13.2.1 定義 266
  - 13.2.2 べき級数展開 267
  - 13.2.3 漸近展開 ( $x \gg 0$ ) 267
  - 13.2.4  $P(x)$  と  $\operatorname{erf} x$  の関係 267
  - 13.2.5  $\operatorname{erf} x$  の積分表現 267
  - 13.2.6  $\operatorname{erf} x$  の微分 268
  - 13.2.7  $\operatorname{erfc} x$  の積分 268
  - 13.2.8  $i^n \operatorname{erfc} x$  の積分とべき級数展開 268
  - 13.2.9  $x = 0$  における  $i^n \operatorname{erfc} x$  の値 269

## 14 フレネル積分, サイン積分, コサイン積分

- 14.1 定義, 級数表現, 無限遠点における値 271
  - 14.1.1 フレネル積分 271
  - 14.1.2 級数表現 273
  - 14.1.3  $x \rightarrow \infty$  のときの極限值 273
- 14.2 定義, 級数表現, 無限遠点における値 273
  - 14.2.1 サイン積分, コサイン積分 273
  - 14.2.2 級数表現 274
  - 14.2.3  $x \rightarrow \infty$  のときの極限值 274

## 15 定積分

- 15.1  $x$  のべき乗を含む積分 275
  - 15.1.1 275
- 15.2 三角関数を含む積分 277
  - 15.2.1 277
- 15.3 指数関数を含む積分 279
  - 15.3.1 279
- 15.4 双曲線関数を含む積分 281
  - 15.4.1 281
- 15.5 対数関数を含む積分 282
  - 15.5.1 282

## 16 各種フーリエ級数

- 16.1  $-\pi \leq x \leq \pi$  上における  $f(x)$  のフーリエ級数 283
  - 16.1.1 フーリエ級数 283
- 16.2  $-L \leq x \leq L$  上における  $f(x)$  のフーリエ級数 284
  - 16.2.1 フーリエ級数 284
- 16.3  $a \leq x \leq b$  上における  $f(x)$  のフーリエ級数 284
  - 16.3.1 フーリエ級数 284
- 16.4  $0 \leq x \leq \pi$  上における  $f(x)$  のフーリエ・コサイン級数 285
  - 16.4.1 フーリエ級数 285
- 16.5  $0 \leq x \leq L$  上における  $f(x)$  のフーリエ・コサイン級数 285
  - 16.5.1 フーリエ級数 285
- 16.6  $0 \leq x \leq \pi$  上における  $f(x)$  のフーリエ・サイン級数 286
  - 16.6.1 フーリエ級数 286
- 16.7  $0 \leq x \leq L$  上における  $f(x)$  のフーリエ・サイン級数 286
  - 16.7.1 フーリエ級数 286
- 16.8  $-\pi \leq x \leq \pi$  上における  $f(x)$  の複素フーリエ級数 287
  - 16.8.1 フーリエ級数 287
- 16.9  $-L \leq x \leq L$  上における  $f(x)$  の複素フーリエ級数 287
  - 16.9.1 フーリエ級数 287
- 16.10 フーリエ級数の具体例 288
  - 16.10.1 288
- 16.11 フーリエ級数と不連続関数 292
  - 16.11.1 周期関数への拡張とフーリエ級数の収束 292
  - 16.11.2 無限級数の和への応用 293

## 17 ベッセル関数

- 17.1 ベッセルの微分方程式 297
  - 17.1.1 各種のベッセル方程式 297
- 17.2  $J_\nu(x)$  と  $Y_\nu(x)$  の級数展開 299
  - 17.2.1  $J_n(x)$  と  $J_\nu(x)$  の級数展開 299
  - 17.2.2  $Y_n(x)$  と  $Y_\nu(x)$  の級数展開 299
- 17.3 分数次のベッセル関数 300
  - 17.3.1 ベッセル関数  $J_{\pm(n+1/2)}(x)$  300
  - 17.3.2 ベッセル関数  $Y_{\pm(n+1/2)}(x)$  301

17.4	ベッセル関数の近似表現	301
17.4.1	十分大きな $x$ に対する近似表現	301
17.4.2	十分大きな次数に対する近似表現	302
17.5	ベッセル関数の零点	302
17.5.1	$J_n(x)$ と $Y_n(x)$ の零点	302
17.6	変形ベッセル方程式	302
17.6.1	各種の変形ベッセル方程式	302
17.7	$I_\nu(x)$ と $K_\nu(x)$ の級数展開	305
17.7.1	$I_n(x)$ と $I_\nu(x)$ の級数展開	305
17.7.2	$K_0(x)$ と $K_n(x)$ の級数展開	305
17.8	分数次の変形ベッセル関数	306
17.8.1	変形ベッセル関数 $I_{\pm(n+1/2)}(x)$	306
17.8.2	変形ベッセル関数 $K_{\pm(n+1/2)}(x)$	307
17.9	変形ベッセル関数の近似表現	307
17.9.1	十分大きな $x$ に対する近似表現	307
17.10	ベッセル関数の関係	307
17.10.1	$J_\nu(x)$ と $Y_\nu(x)$ の関係	307
17.10.2	$I_\nu(x)$ と $K_\nu(x)$ の関係	309
17.11	$J_n(x)$ , $I_n(x)$ , $K_n(x)$ の積分表現	310
17.11.1	$J_n(x)$ の積分表現	310
17.12	ベッセル関数の不定積分	310
17.12.1	$J_n(x)$ , $I_n(x)$ , $K_n(x)$ の積分	310
17.13	ベッセル関数を含む定積分	311
17.13.1	$J_n(x)$ と初等関数を含む定積分	311
17.14	球面ベッセル関数	312
17.14.1	微分方程式	312
17.14.2	球面ベッセル関数 $j_n(x)$ , $y_n(x)$	313
17.14.3	漸化式	313
17.14.4	級数表現	313

## 18 直交多項式

18.1	序章	315
18.1.1	直交多項式系の定義	315
18.2	ルジャンドル多項式 $P_n(x)$	316
18.2.1	$P_n(x)$ がみたしている微分方程式	316

18.2.2	$P_n(x)$ に対するロドリゲスの公式	316
18.2.3	$P_n(x)$ に対する直交関係	316
18.2.4	$P_n(x)$ の級数表現	317
18.2.5	$P_n(x)$ がみたしている関係式 (漸化式)	319
18.2.6	$P_n(x)$ に対する母関数	319
18.2.7	第2種ルジャンドル関数 $Q_n(x)$	319
18.3	チェビシェフ多項式 $T_n(x)$ , $U_n(x)$	320
18.3.1	$T_n(x)$ と $U_n(x)$ のみたしている微分方程式	320
18.3.2	$T_n(x)$ と $U_n(x)$ に対するロドリゲスの公式	321
18.3.3	$T_n(x)$ と $U_n(x)$ に対する直交関係	321
18.3.4	$T_n(x)$ と $U_n(x)$ に対する級数表現	321
18.3.5	$T_n(x)$ と $U_n(x)$ がみたしている関係式 (漸化式)	325
18.3.6	$T_n(x)$ と $U_n(x)$ に対する母関数	325
18.4	ラゲール多項式 $L_n(x)$	326
18.4.1	$L_n(x)$ がみたしている微分方程式	326
18.4.2	$L_n(x)$ に対するロドリゲスの公式	326
18.4.3	$L_n(x)$ に対する直交関係	326
18.4.4	$L_n(x)$ の具体的な形	327
18.4.5	$L_n(x)$ のみたしている関係式 (漸化式)	327
18.4.6	$L_n(x)$ に対する母関数	327
18.5	エルミート多項式 $H_n(x)$	328
18.5.1	$H_n(x)$ のみたしている微分方程式	328
18.5.2	$H_n(x)$ に対するロドリゲスの公式	328
18.5.3	$H_n(x)$ に対する直交関係	328
18.5.4	$H_n(x)$ の具体的な形	328
18.5.5	$H_n(x)$ のみたしている関係式 (漸化式)	329
18.5.6	$H_n(x)$ に対する母関数	329

## 19 ラプラス変換

19.1	一般論	331
19.1.1	ラプラス変換の定義	331
19.1.2	ラプラス変換の基本性質	332
19.1.3	ディラックのデルタ関数	333
19.1.4	ラプラス変換表	334

## 20 フーリエ変換

- 20.1 一般論 339
  - 20.1.1 フーリエ指数変換 339
  - 20.1.2 フーリエ変換の基本的な性質 340
  - 20.1.3 フーリエ変換の組 341
  - 20.1.4 フーリエ cos とフーリエ sin 変換 343
  - 20.1.5 フーリエ cos と sin 変換の基本性質 344
  - 20.1.6 フーリエ cos と sin 変換の組 345

## 21 数値積分

- 21.1 古典的方法 349
  - 21.1.1 開いている方法と閉じている方法 349
  - 21.1.2 中点法 (開かれた形) 350
  - 21.1.3 台形法 (閉じた形) 350
  - 21.1.4 シンプソンの方法 (閉じた形) 351
  - 21.1.5 ニュートン-コーツの方法 351
  - 21.1.6 ガウスの求積法 (開かれた形) 352
  - 21.1.7 ロンバーグ積分 (閉じた形) 353

## 22 常微分方程式の解

- 22.1 基本理論 357
  - 22.1.1 基本的定義 357
  - 22.1.2 線型従属と線型独立 358
- 22.2 変数分離形 359
  - 22.2.1 359
- 22.3 1階線型方程式 360
  - 22.3.1 360
- 22.4 ベルヌーイの微分方程式 361
  - 22.4.1 361
- 22.5 完全微分形 361
  - 22.5.1 361
- 22.6 同次形 362
  - 22.6.1 362

22.7	線型微分方程式	363
22.7.1		363
22.8	定数係数線型微分方程式—斉次形	364
22.8.1		364
22.9	線型斉次2階方程式	367
22.9.1		367
22.10	定数係数線型微分方程式—非斉次形	369
22.10.1		369
22.11	線型非斉次2階方程式	371
22.11.1		371
22.12	未定係数法による特殊解決定法	372
22.12.1		372
22.13	コーシー-オイラー方程式	375
22.13.1		375
22.14	ルジャンドルの方程式	376
22.14.1		376
22.15	ベッセルの方程式	376
22.15.1		376
22.16	べき級数とフロベニウスの方法	378
22.16.1		378
22.17	超幾何方程式	384
22.17.1		384
22.18	数値的方法	386
22.18.1		386

## 23 ベクトル解析

23.1	スカラーとベクトル	395
23.1.1	基本的定義	395
23.1.2	ベクトル加法と減法	397
23.1.3	スカラー倍のベクトル	399
23.1.4	ベクトルの成分表示	400
23.2	スカラー積	401
23.2.1		401
23.3	ベクトル積	402
23.3.1		402

23.4	三重積	403
	23.4.1	403
23.5	四つのベクトルの積	404
	23.5.1	404
23.6	スカラー $t$ のベクトル関数の導関数	404
	23.6.1	404
23.7	多変数のベクトル関数の導関数	406
	23.7.1	406
23.8	スカラー変数 $t$ についてのベクトル関数の積分	407
	23.8.1	407
23.9	線積分	408
	23.9.1	408
23.10	ベクトル積分の定理	410
	23.10.1	410
23.11	ベクトル変化率定理	411
23.12	重要なベクトルの恒等式	412
	23.12.1	412

## 24 直交座標

24.1	曲線座標	413
	24.1.1 基本的定義	413
24.2	直交座標におけるベクトル演算	415
	24.2.1	415
24.3	直交座標	416
	24.3.1	416

## 25 偏微分方程式と特殊関数

25.1	基本概念	425
	25.1.1 方程式の分類	425
25.2	変数分離法	429
	25.2.1 双曲型問題への応用	429
25.3	スツルム-リュービュール問題と特殊関数	432
	25.3.1	432
25.4	1階方程式と波動方程式	435



25.4.1	435
25.5 保存方程式 (保存則)	436
25.5.1	436
25.6 特性曲線の方法	437
25.6.1	437
25.7 不連続解 (衝撃)	441
25.7.1	441
25.8 相似解	443
25.8.1	443
25.9 バーガーズ方程式, KdV 方程式, KdVB 方程式	446
25.9.1	446

## 26 $z$ 変換

26.1 $z$ 変換と変換の対応	449
-------------------	-----

## 27 数値近似

27.1 基本的方法	455
27.1.1 線型補間法	455
27.1.2 ラグランジュ多項式近似	456
27.1.3 スプライン近似	456
27.2 級数の収束速度改良	457
27.3 パデー近似	458
27.4 通常の微分と偏微分に対する有限差分近似法	461

## 28 楕円型, 放物型, 双曲型方程式の解

28.1 楕円型方程式 (ラプラス方程式)	465
28.2 放物型方程式 (熱方程式, 拡散方程式)	473
28.3 双曲型方程式 (波動方程式)	478

## 29 熱方程式とラプラス方程式の定性的性質

29.1 熱方程式の弱最大最小原理	485
29.2 ラプラス方程式の最大最小原理	485

29.3	ポワソンの積分公式 (円周上)	486
29.4	ポワソンの積分公式 (半平面)	486
29.5	平面上の調和関数のガウスの平均値の定理	486
29.6	空間における調和関数のガウスの平均値の定理	486

<b>参考文献</b>	<b>487</b>
-------------	------------

<b>訳者あとがき</b>	<b>491</b>
---------------	------------

<b>欧文索引 (対訳付)</b>	<b>493</b>
-------------------	------------

<b>和文索引 (対訳付)</b>	<b>503</b>
-------------------	------------