目　次

第 1 章　時系列の記憶 1

1.1　相関構造 1

1.1.1　自己共分散関数とスペクトル密度関数 1

1.1.2　IID ノイズと白色ノイズ 7

1.1.3　いろいろな検定法 9

1.1.4　正規分布と正規 q-q プロット 12

1.1.5　短期記憶と長期記憶 13

1.2　短期記憶過程の実例 15

1.2.1　世界の年平均地上温度とトレンド 15

1.2.2　線形過程の当てはめと残差 18

1.2.3　金融データとボックス・コックス変換 21

1.3　長期記憶の捉え方 24

1.3.1　金融データの非線形変換：対数差分化絶対値 24

1.3.2　累積自己相関関数のスケーリング則 28

1.3.3　その他の例 32

1.4　長期記憶過程の実例 33

1.4.1　ナイル川の水位 33

1.4.2　太陽の黒点数 37

1.4.3　脳波 39

1.4.4　マイクロアレイデータ 42

1.4.5　テキストの文字列 44

1.5　通信トラフィック 48

1.5.1　実データを用いた解析 48

1.5.2　モデルに基づく解析 50

第 2 章　線形過程　55

2.1　定常過程 55

2.1.1　移動平均過程 55

2.1.2　自己回帰過程 61

2.1.3　自己回帰移動平均過程 66

2.1.4　GARCH 過程 69

2.2　モデル選択 72

2.2.1　ボックス・ジェンキンスの方法 72

2.2.2　情報量規準 73

2.3　モデル係数の信頼区間 75

2.4　非定常過程 77

2.4.1　自己回帰和分移動平均過程 78

2.4.2　古典的な季節変動処理 79

2.4.3　単位根検定 80

第 3 章　R/S 統計量と歴史的背景　85

3.1　ハーストの研究 85

3.2　R/S 統計量によるハースト数の推定と問題点 87

3.2.1　尺度変換調整レンジ 87

3.2.2　ナイル川の水位への応用と問題点 90

3.2.3　ハースト現象 93

3.2.4　非定常性の影響 98

3.3　H の上方バイアスが生じる原因と改良 99

3.4　事例研究 102

3.5　長期記憶のメカニズム 108

3.5.1　理論研究の始まり 108

3.5.2　時間不変係数をもつ定常過程の協同現象 109

3.5.3　確率係数をもつ定常過程の協同現象 113

3.5.4　非定常なミクロ過程 118

第 4 章　長期記憶過程の線形理論　121

4.1 統計の基礎 121
4.1.1 平均の統計 121
4.1.2 $\mathrm{Var}(\bar{Y})$ と累積自己相関関数 124
4.1.3 信頼区間 124
4.2 線形過程の短期記憶性 125
4.2.1 線形過程の累積自己相関関数 125
4.2.2 次数が大きい場合の問題点 127
4.2.3 非定常性の影響 130
4.3 長期記憶への導入 132
4.3.1 短期記憶再考 132
4.3.2 短期記憶から長期記憶 135
4.3.3 累積自己相関関数とスペクトル密度関数の関係 137
4.3.4 長期記憶のスケーリング則 138
4.3.5 移動平均係数和の収束性 141
4.4 長期記憶過程の一般論 144
4.4.1 自己相似過程と定常増分過程 144
4.4.2 非整数ブラウン運動と非整数ガウスノイズ 147
4.4.3 非整数ブラウン運動の積分表示 152
4.5 特性指数 156
4.5.1 フラクタル次元とハースト数 156
4.5.2 各種の特性指数の関係 158
4.6 各種の長期記憶性過程 160
4.6.1 非整数 ARIMA 過程 160
4.6.2 ARFIMA(0,d,0) 過程と等価過程 164
4.6.3 fGn と ARFIMA(0,d,0) 過程の違い 168
4.6.4 FIGARCH 過程 168
4.7 非定常性と長期記憶 170

第 5 章 ジェネレータ **173**
5.1 ジェネレータの精度 173
5.2 共分散行列によらない方法 174
5.2.1 ランダム中点置換法 174

5.2.2　fBm の積分離散化法 177
5.2.3　fGn の周波数離散化法 180
5.3　共分散行列による方法 180
5.3.1　コレスキー分解法：移動平均モデル 181
5.3.2　LU 分解法：自己回帰モデル 184
5.3.3　ダービン・レビンソン法 187
5.4　ARFIMA(p,d,q) 過程への応用 189
5.4.1　切断 MA 近似法 189
5.4.2　切断 AR 近似法 192

第 6 章　非線形システム　197

6.1　ロジスティック写像 197
6.1.1　線形システムとカオス 197
6.1.2　ロジスティック写像の統計 201
6.1.3　高次モーメント 204
6.1.4　3 回写像と長期記憶 206
6.2　不変確率密度関数 211
6.2.1　エルゴード性と定常性 211
6.2.2　フロベニウス・ペロン演算子 213
6.2.3　$a \neq 4$ のロジスティック写像 217
6.3　カオスを生成する TAR モデル 219
6.3.1　TAR モデル 219
6.3.2　ベルヌーイシフト写像 221
6.3.3　太陽の黒点数への応用 222
6.4　ローレンツモデル 224
6.4.1　ローレンツモデルと 1 次元写像 224
6.4.2　長期記憶性 227
6.5　長期記憶を生むメカニズム 228
6.5.1　カオス軌道の近接作用 228
6.5.2　一般化テント写像などの例 230
6.5.3　実例 235

第 7 章　くりこみ群変換 …… **237**

7.1　自己相似性と不変性 …… 237

7.1.1　粗視化と固定点 …… 237

7.1.2　移動平均過程 …… 241

7.1.3　ARFIMA$(0, d, 0)$ 過程と fGn …… 242

7.1.4　双線形過程 …… 244

7.2　固定点の性質 …… 245

7.2.1　固定点は不安定 …… 245

7.2.2　非定常性の影響 …… 249

7.3　ハースト数の推定 …… 251

7.3.1　くりこみ群変換時系列の分散 …… 251

7.3.2　固定点によるハースト数の推定 …… 252

7.3.3　事例研究 …… 254

7.4　カオスへの応用 …… 257

第 8 章　推定 …… **259**

8.1　サンプル …… 259

8.2　分散プロット …… 262

8.2.1　重複のないサンプル …… 262

8.2.2　重複を許すサンプル …… 265

8.3　スペクトル密度関数による推定 …… 266

8.3.1　ピリオドグラム …… 268

8.3.2　平滑化ピリオドグラム法 …… 272

8.3.3　スケーリング則を利用した方法 …… 276

8.4　最尤法 …… 279

8.4.1　最尤推定値 …… 279

8.4.2　最尤推定値の極限分布 …… 283

8.4.3　応用例 …… 285

8.4.4　非線形システムの最尤法 …… 286

8.5　ホイットル法 …… 287

8.5.1　対数尤度の近似表現 …… 287

8.5.2　ホイットル法 …… 290

8.5.3　局所ホイットル法 294
8.6　ウェーブレット法 295
8.7　各種推定法の比較 298

第9章 予測 **301**
9.1　短期記憶過程の予測 301
9.1.1　定常過程 301
9.1.2　非定常過程 304
9.2　長期記憶過程の予測 305
9.2.1　線形予測 305
9.2.2　ARFIMA(0,d,0) 過程 306
9.3　線形予測モデルの構築 308
9.3.1　2 種類の予測方法 308
9.3.2　fGn の 1 時刻先予測 310
9.3.3　予測モデルの違い 314
9.4　ARFIMA(p,d,q) 過程への応用 315
9.4.1　ARFIMA$(0,d,0)$ 過程の 1 時刻先予測 315
9.4.2　h 時刻先予測 317
9.4.3　ARFIMA(p,d,q) 過程 322
9.5　実データへの応用 324
9.6　非線形予測 329
9.6.1　ニューラルネットワーク 329
9.6.2　非線形相関構造 331
9.6.3　カオスへの応用 333
9.6.4　応用事例 337

参考文献 **341**

おわりに **355**

索　引 **356**