

目 次

まえがき	v
第 1 章 ユークリッド空間上の ハミルトン・ベクトル場	1
§ 1.1 ベクトル場と積分曲線	1
(a) 積分曲線	1
(b) 勾配ベクトル場の積分曲線	3
§ 1.2 1次元空間上の運動	5
(a) ハミルトン・ベクトル場	5
(b) ハミルトン系の性質と最初の計算例	7
(c) ニュートンの運動方程式	10
§ 1.3 2次元空間上の運動	14
(a) 平面上の運動	14
(b) 角運動量	17
(c) ニュートンの運動方程式とケプラーの法則	20
§ 1.4 変分原理	25
(a) 道の空間上での極大極小	25
(b) ラグランジュの変分原理	28
(c) オイラー-ラグランジュ方程式	29
(d) ハミルトンの変分原理	31
(e) ハミルトニアンとラグランジアンの関係	33
まとめ	35
演習問題	35
第 2 章 ベクトル場と微分形式	39
§ 2.1 ベクトル場の座標変換	40

(a)	常微分方程式の変数変換	40
(b)	ベクトル場の座標変換	41
(c)	ベクトル場の記号	42
(d)	オイラー-ラグランジュ方程式の座標変換	44
(e)	ベクトル場の微分と座標変換	46
§ 2.2	微分形式	48
(a)	3次元空間の中の微分形式	48
(b)	3次元空間の中の微分形式の外微分	50
(c)	一般次元の空間の中の微分形式	51
(d)	微分形式の引き戻し	55
(e)	微分形式の概念の座標不変性	60
§ 2.3	微分形式の積分とストークスの定理	61
(a)	微分形式の積分	61
(b)	ベクトル場の微分と微分形式の外微分	62
(c)	ストークスの定理, ガウスの定理	65
(d)	軸性ベクトルと極性ベクトル	69
§ 2.4	1 径数変換群と無限小変換	71
(a)	ベクトル場の1径数変換群	71
(b)	1径数変換群の性質	72
(c)	群とその作用	73
(d)	括弧積	76
(e)	ユークリッド合同変換群の無限小変換	79
(f)	剛体の運動の表示	80
	ま と め	84
	演習問題	85
第3章	ハミルトン系と微分形式	87
§ 3.1	正準変換	87
(a)	正準変換	87
(b)	正準変換の作り方(1)一点変換	91
(c)	正準変換の作り方(2)一生成関数	95

(d) 変分原理と正準変換	96
(e) ハミルトン-ヤコビの方法	99
§ 3.2 ハミルトン系の対称性とネーターの定理	103
(a) 無限小正準変換	103
(b) ベクトル場と微分	106
(c) ポアソン括弧と括弧積	108
(d) ネーターの定理	110
(e) 角運動量	111
§ 3.3 完全積分可能系	114
(a) 逆2乗力の摂動	114
(b) 準周期解	115
(c) 非有理回転	117
(d) 2自由度完全積分可能系	120
§ 3.4 曲面上の測地線	121
(a) 測地線	121
(b) 長さエネルギー	123
(c) 測地線を表わすハミルトン方程式	126
(d) 測地線の方程式	126
(e) 回転面の測地線	127
(f) 楕円面の測地線	129
§ 3.5 コマの運動	134
(a) 慣性モーメント	134
(b) オイラーのコマ	136
(c) 重力が働いているときのコマの方程式	140
(d) コマの方程式についての注釈	141
(e) オイラーの角	142
(f) ラグランジュのコマ	143
ま と め	147
演習問題	148
付録 アーノルド-リウビルの定理	151

(a) 不変トーラスの構成	151
(b) 解の分類	153
(c) \mathbb{R}^2 の格子	155
現代数学への展望	159
参 考 書	167
問 解 答	169
演習問題解答	175
索 引	181

数学記号

\mathbb{N}	自然数の全体
\mathbb{Z}	整数の全体
\mathbb{Q}	有理数の全体
\mathbb{R}	実数の全体
\mathbb{C}	複素数の全体

ギリシャ文字

大文字	小文字	読み方	大文字	小文字	読み方
A	α	アルファ	N	ν	ニュー
B	β	ベータ	Ξ	ξ	クシー
Γ	γ	ガンマ	O	o	オミクロン
Δ	δ	デルタ	Π	π, ϖ	パイ
E	ϵ, ε	イプシロン	P	ρ, ϱ	ロー
Z	ζ	ゼータ	Σ	σ, ς	シグマ
H	η	イータ	T	τ	タウ
Θ	θ, ϑ	シータ, テータ	Υ	υ	ユブシロン
I	ι	イオタ	Φ	ϕ, φ	ファイ
K	κ	カッパ	X	χ	カイ
Λ	λ	ラムダ	Ψ	ψ	プサイ
M	μ	ミュー	Ω	ω	オメガ