

目 次

まえがき	v
1 非線形科学とは	1
§ 1.1 線形理論と非線形理論	1
(a) 比例法則と指数法則	2
(b) ひずみ	4
(c) 異変	6
§ 1.2 非線形性と複雑性	8
(a) 複雑な変動現象の例	8
(b) 複雑性に潜む法則	12
(c) 非線形効果の発現	14
§ 1.3 非線形科学の基礎概念	15
(a) 基本構造としての線形理論	16
(b) 極値と分岐	18
(c) 不連続性	23
演習問題	25
2 ダイナミックス	27
§ 2.1 運動の法則	27
(a) 振り子の運動	28
(b) 線形近似モデル	29
(c) パラダイムとしての線形理論	32
§ 2.2 線形モデルでは記述できない現象	33
(a) 複数の平衡点	33
(b) 暴走する運動	34
(c) 予測不可能な運動	37

§ 2.3	平衡点近傍に現れる非線形現象	39
(a)	摩擦力の働く運動	39
(b)	平衡点近傍における非線形性の発現	41
(c)	ベキ法則	42
§ 2.4	力学系の一般的表現	44
(a)	相空間内の流れ	45
(b)	群と生成作用素*	47
(c)	指数法則*	49
§ 2.5	ダイナミックスに関する補足	52
(a)	変 調	52
(b)	無限自由度の力学	54
(c)	物理量の次元とベキ法則*	57
	演習問題	60
3	カオス	63
§ 3.1	複雑なダイナミックス	63
(a)	単純な運動と複雑な運動	64
(b)	可積分系と非可積分系	65
(c)	Hamilton 力学系	68
(d)	正準方程式	72
(e)	Hamilton 力学系の積分可能条件*	75
§ 3.2	力学系のカオス	77
(a)	不動点近傍の線形近似	77
(b)	周期的外力による摂動と Poincaré 写像	80
(c)	対称性の破壊	83
(d)	Lyapunov 指数	85
§ 3.3	散逸系のカオス	88
(a)	エネルギー評価	88
(b)	リミットサイクル	90
(c)	ストレンジアトラクター	92
§ 3.4	カオスに関する補足	94

(a) 予 測 性	94
(b) フラクタル次元*	96
演習問題	97
4 ヒステリシス	99
§ 4.1 隠れた自由度	99
(a) 経路がもつ自由度	100
(b) 粗視化によって隠された自由度	103
(c) 時間スケールの粗視化とスイッチング	105
§ 4.2 ヒステリシスの構造	108
(a) ローカルな構造	108
(b) Lie 代数*	111
(c) グローバルな構造	115
(d) トポロジカルな構造(ホモトピー)	118
§ 4.3 勾配と渦	120
(a) ベクトル場と微分形式	120
(b) 外 微 分	122
(c) 閉微分形式と完全微分形式	126
(d) コホモロジー群*	129
§ 4.4 ヒステリシスに関する補足	132
(a) 複素関数論と微分形式の関係	132
(b) 写像度と不動点定理*	134
演習問題	139
5 集団運動	141
§ 5.1 波 動	141
(a) 連成振動	142
(b) 弦を伝わる波	143
(c) 波の伝播と運動方程式	145
§ 5.2 固有モード	150
(a) 波の固有関数	150

(b) 媒体の非一様性と実効ポテンシャル	152
(c) 波の捕捉と量子化	153
§ 5.3 分散効果と非線形効果	157
(a) 波の分散	157
(b) 非線形効果	159
§ 5.4 非線形 Schrödinger 方程式とソリトン	162
(a) 波の変調	162
(b) 包絡波のソリトン	164
(c) 自己集束	167
§ 5.5 衝撃波	169
(a) 不連続波形の形成	169
(b) 不連続な波動関数の伝播	170
(c) 粘性解とエントロピー条件	173
§ 5.6 集団運動に関する補足	176
(a) 曲面の運動方程式	176
(b) 異種粒子の非線形相互作用と変調	178
演習問題	180
6 拡散と凝集	183
§ 6.1 一様化への非可逆過程	183
(a) 粗視化と非可逆性	184
(b) ミキシング	186
(c) ランダムな運動と拡散	189
(d) 確率的なゆらぎをもつ力学モデル	192
§ 6.2 拡散と散逸	195
(a) Dirichlet の原理	196
(b) 保順序性*	199
§ 6.3 凝 集	201
(a) Debye 遮蔽	201
(b) 内部相関をもつ集団のモデル	202

(c) 相の分離	205
(d) 相分離解の分岐と安定性	207
§ 6.4 増 殖	208
(a) 連鎖反応	209
(b) 爆 発	211
(c) 拡散による情報伝達	214
§ 6.5 拡散と凝集に関する補足	216
(a) 相 転 移	216
(b) エルゴード理論*	221
演習問題	223
7 流 れ	225
§ 7.1 流れによる輸送	225
(a) 点から点への輸送	226
(b) 体積要素から体積要素への輸送	227
(c) 面積要素から面積要素への輸送	229
(d) 波から波への輸送(量子論の描像)*	231
§ 7.2 流れの非線形効果と保存則	232
(a) 対流と誘導	233
(b) 対流に関する保存則	235
(c) 誘導に関する保存則と引き伸ばし効果	238
(d) 不変測度*	240
§ 7.3 Navier-Stokes 方程式と Korteweg-de Vries 方程式	242
(a) 高次効果の発現	242
(b) Navier-Stokes 方程式と乱流	243
(c) Kolmogorov スペクトル	245
(d) Korteweg-de Vries 方程式とソリトン	248
§ 7.4 流れに関する補足	249
(a) スケールの変換と非線形現象(逓減摂動法)	249
(b) Lax 方程式*	251

(c) 非圧縮流の数学的扱い*	253
演習問題	255
8 複雑性と構造	259
§ 8.1 展 望	259
(a) 複雑さをもった構造	259
(b) 構造をもった複雑性	261
(c) 進 化	262
§ 8.2 複雑系の多面性	265
(a) 視点の選択	265
(b) 選択的散逸と構造形成	266
§ 8.3 自律する系	269
(a) 自己組織化	269
(b) 拮抗がつくりだす構造	272
付録 A 線形代数の基礎的事項	275
付録 B 3次元ベクトルの公式	277
演習問題解答	279
参考文献	289
索 引	293

