

目 次

はじめに

1	調和関数	1
1.1	n 次元の極座標積分	1
1.2	基本調和関数	4
1.3	平均値の原理	5
1.4	平滑化と Weyl の補題	8
1.5	最大値の原理	15
1.6	Green 関数	17
1.7	Green の公式	20
1.8	Poisson 核と Poisson 積分	22
1.9	球に対する Dirichlet 問題	26
1.10	Harnack 原理	27
1.11	正調和関数の積分表示	32
1.12	Fatou の定理	35
	第 1 章ノート	38
2	優調和関数と劣調和関数	41
2.1	半連続関数	41
2.2	優調和関数と劣調和関数	44
2.3	凸関数と劣調和関数	47
2.4	Laplacian の拡張	50
2.5	可積分性	52
2.6	平均値の収束	54

2.7	Poisson 変形	56	5.5	Martin の積分表示	129
2.8	Choquet の位相補題	58	5.6	極小細位相	131
2.9	優調和関数と劣調和関数の近似	60	5.7	PWB ^h 解	136
2.10	優調和関数に対する Riesz の表現定理	62	5.8	Fatou-Naim-Doob の定理	139
	第 2 章ノート	66		第 5 章ノート	142
3	Dirichlet 問題	67	6	複雑領域の発展	143
3.1	Perron-Wiener-Brelot の方法	67	6.1	境界 Harnack 原理	143
3.2	調和測度	72	6.2	Lipschitz 領域と NTA 領域	145
3.3	PWB 解の境界挙動	75	6.3	一様領域と John 領域, 擬双曲距離条件	148
3.4	一般領域の Green 関数	81	6.4	容量密度条件	156
3.5	Green 関数と PWB 解	84		第 6 章ノート	158
3.6	調和劣関数	85	7	一様領域と境界 Harnack 原理	159
3.7	Riesz 分解	87	7.1	境界 Harnack 原理	159
	第 3 章ノート	91	7.2	容量的幅	161
4	容量とその応用	93	7.3	箱議論	165
4.1	極集合	93	7.4	一様領域の Martin 境界	168
4.2	掃散	96	7.5	正調和関数の比の Hölder 連続性	170
4.3	容量	100	7.6	Fatou の定理	174
4.4	可容性	106		第 7 章ノート	178
4.5	命題 4.10(ii) の証明	109	8	John 領域と弱境界 Harnack 原理	179
4.6	Kellogg の性質	112	8.1	Denjoy 領域	179
4.7	Wiener の判定条件	112	8.2	局所参照点と極小 Martin 境界点	181
	第 4 章ノート	118	8.3	命題 8.5 の証明	186
5	Martin 境界	119	8.4	Domar の議論	188
5.1	Martin の積分表示の概略	119	8.5	弱境界 Harnack 原理	194
5.2	Martin 境界の定義	121		第 8 章ノート	201
5.3	掃散の拡張	122			
5.4	極小 Martin 境界	124			

9 一様領域と John 領域の特徴づけ	203
9.1 John 領域の調和測度による特徴づけ	203
9.2 一様領域の境界 Harnack 原理による特徴づけ	206
第 9 章ノート	212
10 PWB 解の Hölder 連続性	215
10.1 境界と内部の連続性	215
10.2 非本質境界点	216
10.3 Lipschitz 連続の非保存性	217
10.4 調和測度減衰条件と領域の特徴づけ	217
10.5 大域調和測度減衰条件 \iff 局所調和測度減衰条件	221
10.6 定理 10.4 の証明	223
10.7 $n=2$ のときの一致完全性	224
第 10 章ノート	227
11 Lipschitz 領域上の優調和関数の可積分性	229
11.1 余面積公式の応用	229
11.2 劣調和関数の非可積分性	231
11.3 優調和関数の重み付き可積分性	235
11.4 優調和関数の L^p -可積分性	238
11.5 調和関数の平均密度	240
第 11 章ノート	244
付録 A 曲面積と Gauss の定理	245
A.1 曲線	245
A.2 曲面	247
A.3 球の体積と表面積	250
A.4 Gauss の発散定理	252
付録 B 被覆定理	255

B.1 被覆定理	255
B.2 Lebesgue 点	256
付録 C Riesz の定理	261
C.1 正の線形汎関数	261
C.2 汎関数の拡張	262
付録 D Stone-Weierstrass の定理	269
D.1 Stone-Weierstrass の定理	269
D.2 Stone-Weierstrass の定理の証明	270
付録 E フラクタルによる複雑領域の構成	275
E.1 John 領域の構成	275
E.2 内部一致領域の構成	280
参考文献	285
索引	295