

目次

第1章 微分方程式と力学系	1	2.4 極限集合	113
1.1 連続力学系	1	2.4.1 漸近挙動	113
1.1.1 微分方程式	1	2.4.2 吸引集合とアトラクター	116
1.1.2 流れ	3	2.5 位相的等価性と構造安定性	121
1.1.3 相空間と軌道	7	2.5.1 線形解析から局所解析へ	121
1.1.4 応用例	13	2.5.2 構造安定性	127
1.1.5 自律系と非自律系	23	研究課題	131
1.2 離散力学系	26	第3章 カオスの例と特徴	132
1.2.1 写像	26	3.1 初期値鋭敏性	132
1.2.2 連続力学系から離散力学系を導く方法	28	3.1.1 2重振り子	132
1.2.3 ポアンカレ写像と平衡点	30	3.1.2 リャプノフ指数	140
1.3 強制ファンデルポール方程式への応用	38	3.1.3 リャプノフ指数の諸性質	147
1.3.1 ポアンカレ写像の構成	39	3.1.4 磁石振り子への応用	152
1.3.2 抽象化写像による記号化	44	3.1.5 フラクタル吸引領域	155
1.3.3 記号力学系	46	3.2 分岐	158
1.4 線形解析	49	3.2.1 非線形回路：チュア回路	158
1.4.1 平衡点での線形解析	49	3.2.2 線形化システムと局所的分岐	160
1.4.2 平衡点の分類	52	3.2.3 大域的分岐とリターンマップ	163
1.4.3 行列の標準形	57	3.2.4 ホジキン・ハクスレイモデル	168
1.4.4 線形化できない場合	59	3.2.5 ホップ分岐	171
1.4.5 捕食者・被食者システム	61	3.2.6 ポアンカレ写像と分岐図	175
1.5 パターン形成への応用	63	3.3 記号化	178
1.5.1 モデルの導出	64	3.3.1 古典的散乱	178
1.5.2 力学構造	66	3.3.2 複雑さと不変集合	182
研究課題	69	3.3.3 軌道の記号化と位相的推移性	184
第2章 力学構造	71	3.3.4 カントール集合	188
2.1 位相共役性	71	3.4 多様体と馬蹄	190
2.1.1 位相的等価性の簡単な例	72	3.4.1 回転振り子の力学構造	191
2.1.2 位相共役の一般論	75	3.4.2 周期外力が働く場合の力学構造	194
2.1.3 カオスへの応用	81	3.4.3 馬蹄	196
2.1.4 線形システム	83	3.4.4 ストレンジアトラクター	198
2.2 双曲性	87	3.5 カオスを理解するための力学概念	201
2.2.1 位相共役と双曲性	88	研究課題	202
2.2.2 鞍点での拡大と縮小	91	第4章 局所的分岐	204
2.3 多様体	94	4.1 分岐とは	204
2.3.1 部分空間	94	4.1.1 分岐の例	205
2.3.2 不変多様体と局所不変多様体	99	4.1.2 局所的分岐：ピッチフォーク分岐	208
2.3.3 ヘテロクリニック軌道とホモクリニック軌道	105	4.1.3 ポテンシャル関数とリャプノフ関数	214
2.3.4 線形安定性と非線形安定性	110	4.1.4 リャプノフ指数	221
		4.2 1次元システムの分岐	223

4.2.1 サドルノード分岐	224	4.2.2 安定性交替型分岐	229
4.2.3 ピッチフォーク分岐	233	4.2.4 周期倍分岐	234
4.3 中心多様体	238		
4.3.1 一般論	238	4.3.2 いくつかの例	240
4.3.3 パラメータに依存する中心多様体	244		
4.3.4 離散力学系	246		
4.4 高次元システムの分岐	249		
4.4.1 サドルノード分岐	249	4.4.2 ホップ分岐	253
4.4.3 ナイマルク・サッカー分岐	257		
4.5 ローレンツモデルへの応用	259		
4.5.1 ピッチフォーク分岐	259	4.5.2 ホップ分岐	263
4.6 分岐の実例	268		
4.6.1 ピッチフォーク分岐：対流	268		
4.6.2 安定性交替型分岐：Zeeman の機械	271		
4.6.3 ホップ分岐：ギャロッピング	273		
研究課題	278		
第5章 大域的分岐	280		
5.1 サドル接続	280		
5.1.1 ホモクリニック軌道	280	5.1.2 ヘテロクリニック軌道	287
5.2 2次元サドル分岐	291		
5.2.1 分岐と構造安定性	292		
5.2.2 ホモクリニック分岐の一般論	296		
5.2.3 振動系のヘテロクリニック分岐	301		
5.3 3次元ホモクリニック分岐	303		
5.3.1 分岐の一般論	303	5.3.2 例	307
5.3.3 シルニコフの定理	314		
5.4 興味深いいくつかの分岐	319		
5.4.1 離散力学系の分岐	319		
5.4.2 非強制ダuffing振動子の解析解	322		
5.5 減衰強制ダuffing振動子	329		
5.5.1 分岐現象	329	5.5.2 ボアンカレ写像の構成	334
5.5.3 ホモクリニック分岐にともなう力学構造変化	337		
5.5.4 振動系の平衡点の位置と多様体の計算方法	344		
5.5.5 馬蹄	348		

5.6 ホモクリニック分岐の一般論	354		
5.6.1 一般論	355	5.6.2 $\mu > \mu_H$ での周期倍分岐	358
5.6.3 $\mu < \mu_H$ での馬蹄形成	363		
5.6.4 カオスはアトラクターか?	363		
5.7 メルニコフの方法	367		
5.7.1 メルニコフ関数	367	5.7.2 応用例	371
研究課題	376		
第6章 記号力学系	378		
6.1 ヘテロクリニック分岐の特徴	378		
6.1.1 錯綜	378		
6.1.2 引き伸ばしと折り畳みによる馬蹄の形成	382		
6.1.3 双曲型不変集合	385		
6.2 スメールの馬蹄形写像	389		
6.2.1 馬蹄形写像と不変集合	389		
6.2.2 カントール集合の記号化	393		
6.2.3 記号力学系の例	397	6.2.4 馬蹄の記号化	400
6.3 記号列空間と記号力学系	403		
6.3.1 記号列空間とその構造	403		
6.3.2 シフト写像：二倍写像の場合	409		
6.3.3 旅程	414		
6.4 双曲型不変集合上の記号力学系	415		
6.4.1 馬蹄と記号列空間の位相共役性	415		
6.4.2 記号力学系の諸性質	417	6.4.3 初期値鋭敏性	425
6.4.4 ホモクリニック軌道	427		
研究課題	429		
第7章 カオス	430		
7.1 カオスとは	430		
7.1.1 Devaney の定義	430	7.1.2 カオス性の証明例	433
7.1.3 カオスの2条件	437	7.1.4 最新の研究	440
7.1.5 ストレンジアトラクター	441		
7.2 双曲型不変集合	441		
7.2.1 定義と例	441		
7.2.2 双曲型トラス自己同型写像 L_A	444		
7.2.3 L_A はどこでもカオス	450		

7.3 構造安定性	456
7.3.1 簡単な例 456	
7.3.2 一般論 459	
7.3.3 横断性の役割と問題点 464	
7.3.4 $\mu > 4$ のロジスティック写像 466	
7.4 セクターバンドル	469
7.5 エノン写像	473
7.5.1 不動点, 分岐図, アトラクター 473	
7.5.2 多様体 477	
7.5.3 アトラクターは非双曲型不変集合 480	
7.5.4 ロジスティック写像との関連 480	
7.5.5 馬蹄 482	
研究課題	487
参考文献	489
索引	502