

# 目 次

## 1. 線形力学系の振る舞いの特徴

1.1 線形力学系と非線形力学系 .....	1
1.2 線形系の特徴 .....	4
1.2.1 重ね合わせの原理が成立する .....	4
1.2.2 解の定性的な挙動は初期値によらない .....	5
1.3 線形力学系の数値解を求めてみよう .....	6
1.3.1 マルサスの人口増加の法則の場合 .....	6
1.3.2 単振動の場合 .....	11

## 2. 飽和, 爆発と単調減少

2.1 ロジスティック方程式 —より本当らしい人口増加の方程式— .....	15
2.1.1 実際の人口増加の例 .....	15
2.1.2 ロジスティック方程式の数値解 .....	16
2.1.3 ロジスティック方程式の解析解 .....	19
2.1.4 初期値が大きい場合の数値解と解析解 .....	20
2.2 化学反応 .....	21
2.2.1 方程式と数値解 .....	21
2.2.2 解析解 .....	24

## 3. 生物の個体数の変化を表す方程式

3.1 ロトカ-ボルテラ方程式 —餌と捕食者の方程式— .....	27
3.1.1 ロトカ-ボルテラ方程式 .....	28
3.1.2 定常解およびずれが小さい場合の解析解 .....	28

3.1.3 数 値 解	31
3.2 生存競争の方程式	36
3.2.1 定常解および相空間での解の軌道	37
3.2.2 数 値 解	37
3.2.3 相空間での解の軌道	41
3.3 素数ゼミの謎をモデル化する	42
3.3.1 素数ゼミの謎について	43
3.3.2 セミの個体数変化のモデル化	45

#### 4. 伝染病の流行のダイナミクス

4.1 3変数モデル	48
4.1.1 3変数によるモデル化	48
4.1.2 数 値 解	50
4.1.3 モデルの成功と限界	52
4.2 4変数モデル	55
4.2.1 4変数によるモデル化	55
4.2.2 数 値 解	56

#### 5. 単振り子の周期を調べる

5.1 第1次近似解	59
5.2 高次の近似解	60
5.3 数 値 解	62
5.4 厳 密 解	66
5.5 振り子の周期の比較	68

#### 6. 振幅が一定値になる振動

6.1 自励振動と負抵抗	69
6.2 ファンデルポール方程式	71
6.2.1 $\varepsilon$ が小さい場合の数値解	71

6.2.2 $\varepsilon$ が大きい場合の数値解	75
6.3 ニューロンの発火とフィッツヒュー・南雲方程式	76
6.3.1 フィッツヒュー・南雲方程式	77
6.3.2 数 値 解	77

#### 7. 同期と周波数引き込み

7.1 同 期 の 例	83
7.2 周波数の強制引き込み	85
7.2.1 線形のモデル方程式に対する強制振動の影響	85
7.2.2 非線形のモデル方程式に対する強制振動の影響	89

#### 8. カ オ ス

8.1 カオスの概念	92
8.1.1 カオスとは	92
8.1.2 ロジスティック差分式	93
8.1.3 ロジスティック差分式の数値解	94
8.2 カオスがつくられるしくみ	98
8.2.1 パイこね変換	98
8.2.2 リャプノフ指数	101
8.2.3 再びロジスティック差分式による写像を考える	103
8.3 連続系のカオス	105
8.3.1 カオスが出現するには何次元の相空間が必要か	105
8.3.2 ローレンツ方程式	105
8.3.3 ローレンツ方程式のカオス解の場合のリャプノフ指数	110
8.3.4 ローレンツプロット	111

#### 9. パーコレーションとフラクタル

9.1 パーコレーションとは	114
9.2 金属の蒸着による抵抗網の形成	115

9.3 臨界状態でのクラスターサイズの分布 .....	119
9.4 フラクタル .....	121
9.4.1 フラクタルとは .....	121
9.4.2 人工的なフラクタル図形 .....	122
9.4.3 フラクタル次元 .....	123
9.4.4 フラクタルとべき乗分布 .....	125
9.5 べき乗則の成立にとって必要な条件は何か .....	126
9.5.1 クラスターの凝集 .....	127
9.5.2 ネットワークのべき乗則 .....	128
9.5.3 地震のべき乗則 .....	129
<b>引用・参考文献</b> .....	<b>132</b>
<b>問題の解答</b> .....	<b>134</b>
<b>索引</b> .....	<b>147</b>