

# 目 次

## 1. 関 数 空 間

1.1	ノルム空間とバナッハ空間 .....	1
1.1.1	ベクトル空間 .....	1
1.1.2	ノルム空間 .....	4
1.1.3	バナッハ空間 .....	7
1.1.4	開集合と閉集合 .....	9
1.1.5	順序付きバナッハ空間 .....	11
1.2	有界線形作用素 .....	12
1.2.1	作用素 .....	12
1.2.2	線形作用素 .....	14
1.2.3	連続作用素 .....	15
1.2.4	連続線形作用素 .....	17
1.2.5	有界線形作用素 .....	18
1.2.6	線形作用素の逆作用素 .....	22
1.3	有限次元バナッハ空間 .....	23
1.3.1	有限次元空間のノルムの同値性 .....	24
1.3.2	有限次元ノルム空間はバナッハ空間 .....	29
1.3.3	有限次元線形作用素は連続 .....	30
1.4	連続関数のフーリエ級数 .....	32
1.4.1	ワイエルシュトラスの近似定理 .....	32
1.4.2	フーリエ級数の収束定理 .....	40
1.4.3	フーリエ射影作用素 .....	46
1.4.4	ソボレフノルム .....	48
1.5	第1章の文献案内 .....	50
	章末問題 .....	52

## 2. 線形作用素

2.1	閉グラフ定理と一様有界性の定理.....	58
2.1.1	ペールの定理.....	58
2.1.2	開写像定理 .....	60
2.1.3	閉作用素 .....	63
2.1.4	一様有界性の定理.....	65
2.2	コンパクト作用素 .....	66
2.2.1	コンパクト集合 .....	66
2.2.2	コンパクト作用素 .....	71
2.2.3	ハウスドルフの測度 .....	73
2.3	位相的直和 .....	78
2.3.1	商空間 .....	78
2.3.2	直和 .....	79
2.3.3	位相的直和と射影作用素 .....	82
2.4	フレッドホルム作用素 .....	83
2.4.1	リース-シャウダーの理論 .....	84
2.4.2	フレッドホルム作用素の安定性定理 .....	90
2.4.3	フレッドホルムの交代定理 .....	97
2.5	第2章の文献案内 .....	98
章末問題 .....	99	

## 3. 非線形作用素

3.1	非線形作用素の微分 .....	101
3.1.1	フレッシュ微分 .....	101
3.1.2	偏微分 .....	107
3.2	平均値の定理 .....	109
3.2.1	連続性 .....	109
3.2.2	微分 .....	110
3.2.3	平均値の定理 .....	115
3.3	縮小写像原理 .....	117

3.3.1	縮小写像原理 .....	117
3.3.2	バナッハの摂動定理 .....	120
3.4	ニュートン法 .....	122
3.4.1	ニュートン法とは .....	122
3.4.2	簡易ニュートン法の収束定理 .....	124
3.4.3	陰関数定理 .....	128
3.4.4	逆関数定理 .....	132
3.5	非線形フレッドホルム作用素 .....	134
3.5.1	非線形コンパクト作用素 .....	134
3.5.2	非線形フレッドホルム作用素 .....	135
3.5.3	サード-スマールの定理 .....	137
3.5.4	リヤプノフ-シュミット法 .....	141
3.6	第3章の文献案内 .....	142
章末問題 .....	144	

## 4. 非線形微分方程式

4.1	微分方程式の基礎 .....	146
4.1.1	解の存在と一意性 .....	146
4.1.2	線形微分方程式 .....	152
4.2	連続力学系の理論 .....	156
4.2.1	フロー .....	156
4.2.2	解の安定性とシンク .....	159
4.2.3	安定多様体定理 .....	162
4.2.4	ホモクリニック軌道 .....	172
4.3	非線形微分方程式の周期解の存在検証 .....	173
4.3.1	占部-ガレルキン法 .....	175
4.3.2	近似解 .....	178
4.3.3	周期解の存在検証 .....	180
4.3.4	グラフノルム評価 .....	183
4.3.5	ダフィング方程式の周期解 .....	186
4.4	非線形常微分方程式の境界値問題 .....	191
4.4.1	区間解析からの準備 .....	191

4.4.2 多項式展開法.....	196
4.4.3 近似解の誤差評価 .....	199
4.4.4 事後誤差評価アルゴリズム .....	207
4.4.5 検 証 例 .....	208
4.5 第4章の文献案内 .....	211
章 末 問 題 .....	212

## 5. パラメータ依存方程式

5.1 ホモトピー法 .....	214
5.1.1 シャウダーの不動点定理 .....	216
5.1.2 ホモトピー法.....	219
5.1.3 ホモトピー法による周期解の存在の証明.....	221
5.2 分 岐 .....	225
5.2.1 サドルーノード分岐 .....	225
5.2.2 単純折り返し点 .....	227
5.2.3 単純孤立特異解の求解 .....	230
5.2.4 対称性破壊分岐 .....	231
5.2.5 単純対称性破壊分岐点 .....	232
5.2.6 ダフィング方程式の周期解の分岐 .....	233
5.3 第5章の文献案内 .....	237
章 末 問 題 .....	237

## 索 引