

目次

第 1 章 確率変数, 確率分布	1
1.1 確率分布の例	1
1.1.1 離散分布	1
1.1.2 連続分布	4
1.2 Lebesgue 積分論から確率論へ	7
1.2.1 測度空間, 確率空間	7
1.2.2 Lebesgue 積分	11
1.2.3 Lebesgue の収束定理	14
1.2.4 確率変数	16
1.3 独立性	18
1.4 確率変数の平均, 分散	21
1.5 Radon-Nikodym の定理と条件付確率, 条件付期待値	23
1.6 確率変数の収束	27
1.7 特性関数, 積率母関数	29
第 2 章 独立確率変数の和	34
2.1 大数の法則	34
2.2 中心極限定理	39
2.3 大偏差原理	42
第 3 章 ランダムウォーク	48
3.1 単純ランダムウォーク	48
3.2 単純ランダムウォークの再帰性	51
3.3 逆正弦法則	55
3.4 区間からの脱出問題	59
第 4 章 離散時間マルチンゲール	64
4.1 離散時間マルチンゲール	64
4.2 停止時刻と任意抽出定理	68
4.3 ランダムウォークと差分ラプラシアン	75
第 5 章 連続時間確率過程	78
5.1 連続確率過程	78
5.2 連続時間マルチンゲール	82

第 6 章 Brown 運動	92
6.1 Brown, Bachelier, Einstein から Wiener へ	92
6.2 Brown 運動 (Wiener 過程)	93
6.3 Brown 運動の性質	97
6.4 Markov 性と Blumenthal の 0-1 法則	101
6.5 強 Markov 性と到達時刻	105
第 7 章 確率積分と伊藤の公式	111
7.1 確率積分	111
7.2 伊藤の公式	117
7.3 連続マルチンゲールの表現定理	125
7.4 指数型マルチンゲールと丸山-Girsanov の定理	129
7.5 Stratonovich 確率積分	132
7.6 伊藤の公式再訪	134
第 8 章 拡散過程と確率微分方程式	136
8.1 拡散過程	136
8.2 確率微分方程式	141
8.3 例	146
8.4 解の一意性	148
8.5 拡散過程の構成	154
第 9 章 Brown 運動と偏微分方程式	157
9.1 Laplace 方程式	157
9.2 Feynman-Kac の公式	162
第 10 章 1 次元拡散過程	171
10.1 尺度関数と標準測度	171
10.2 境界条件	174
10.3 Green 関数と推移確率密度	181
10.4 Bessel 過程の推移確率	186
10.5 到達時刻と最終脱出時刻	190
10.6 幾何 Brown 運動の積分	194
付録 Bessel 関数	200
おわりに	204
参考文献	206
索引	210