

1 序章 —— 数学的準備 .....	1
1.1 運動方程式 .....	1
1.1.1 ニュートン力学 .....	1
1.1.2 拘束条件と配位空間 .....	2
1.1.3 拘束力と仮想仕事 .....	5
1.1.4 配位空間上の運動方程式 .....	8
1.2 曲面上の拘束運動 .....	12
1.2.1 曲面のパラメータ表示 .....	12
1.2.2 加速度ベクトルと運動方程式 .....	14
1.2.3 拘束力の決定 .....	16
1.2.4 曲面上の運動方程式 .....	18
1.2.5 慣性運動と測地線 .....	20
1.3 曲面上のテンソルと共変微分 .....	24
1.3.1 曲面上のベクトル .....	24
1.3.2 曲面上のテンソル .....	28
1.3.3 接続と平行移動 .....	30
1.3.4 共変微分と加速度 .....	33
1.4 多様体とベクトル場 .....	37
1.4.1 微分可能多様体 .....	37
1.4.2 多様体上の関数と曲線 .....	39
1.4.3 方向微分と微分作用素 .....	41
1.4.4 接ベクトルと接空間 .....	43
1.4.5 接バンドルとベクトル場 .....	46

1.4.6	積分曲線と1径数変換群	49	2.2.1	第1積分	118
1.4.7	引き戻しと微分写像	50	2.2.2	一般化運動量とその保存	120
1.4.8	リー微分	53	2.2.3	系の対称性と保存則	121
1.4.9	リー括弧とリー代数	55	2.2.4	ハミルトニアンとエネルギー積分	124
1.4.10	リー群とリー代数	57	2.2.5	配位空間の簡約と自由度の削減	127
1.4.11	1径数部分群と指数写像	60	2.3	ラグランジュ方程式の幾何学的表現	144
1.5	双対空間と共変テンソル	66	2.3.1	基本1形式と基本2形式	144
1.5.1	双対空間と1ベクトル	66	2.3.2	ラグランジュ方程式の座標系によらない表現	146
1.5.2	反変ベクトルと共変ベクトル	67	2.4	擬座標とポアンカレ方程式	148
1.5.3	共変テンソル	69	2.4.1	擬座標の導入	148
1.5.4	交代テンソルと $\mathfrak{h}$ ベクトル	72	2.4.2	ポアンカレ方程式	150
1.5.5	テンソルの交代化と外積	73	2.5	拘束条件と拘束力	153
1.6	余接バンドルと微分形式	79	2.5.1	拘束力	153
1.6.1	余接空間と1ベクトル	79	2.5.2	拘束系のラグランジュ方程式	155
1.6.2	1形式(1次外微分形式)	81	2.5.3	非ホロノミックな拘束	157
1.6.3	テンソル場とリーマン計量	84	3	変分原理	164
1.6.4	$\mathfrak{h}$ 形式( $\mathfrak{h}$ 次外微分形式)	86	3.1	ハミルトンの原理	164
1.6.5	外微分	88	3.1.1	作用積分とハミルトンの原理	164
1.6.6	ポアンカレの補題	90	3.1.2	拡大配位空間	166
1.6.7	微分形式の積分	93	3.1.3	拡大状態空間	168
1.6.8	ストークスの定理	95	3.1.4	基本1形式と作用積分	169
2	ラグランジュ形式の力学	100	3.1.5	作用積分の変分計算	171
2.1	ラグランジュ方程式	100	3.1.6	ハミルトンの原理とラグランジュ方程式	175
2.1.1	スクレロノーマスな場合	100	3.1.7	ラグランジュ方程式の拡大配位空間上の表現	176
2.1.2	一般的な場合への拡張	101	3.1.8	ラグランジュの未定乗数法	178
2.1.3	共変性	106	3.2	ワイスの原理とネーターの定理	182
2.1.4	一般化ポテンシャル	109	3.2.1	ワイスの原理	182
2.1.5	ラグランジアンのゲージ変換	111	3.2.2	拡大配位空間のモーメント関数	184
2.2	対称性と保存則	118	3.2.3	ネーターの定理の拡張	186

3.3	保存系と最小作用の原理	195
3.3.1	保存系と作用の導入	195
3.3.2	最小作用の原理	196
3.3.3	ヤコビの原理	199
3.3.4	測地線の方程式	201
3.3.5	力学・光学アナロジー	204
<b>4</b>	<b>ハミルトン形式の力学</b>	<b>208</b>
4.1	相空間と正準方程式	208
4.1.1	ラグランジュ方程式の狭さ	208
4.1.2	正準方程式	209
4.1.3	相空間と正準1形式	213
4.1.4	リーマン計量	215
4.1.5	拡大相空間	216
4.2	ハミルトニアン・ベクトル場	217
4.2.1	シンプレクティック多様体	217
4.2.2	正準方程式の座標系によらない表現	220
4.2.3	ハミルトニアン・ベクトル場	222
4.3	力学系の考察	224
4.3.1	力学系とは	224
4.3.2	相流と不変集合	226
4.3.3	平衡解・周期解とその安定性	227
4.3.4	線形化方程式	229
4.3.5	2次元での考察	231
4.3.6	平衡解の安定・不安定と分岐	233
4.3.7	リアプノフ関数	238
4.3.8	ポアンカレ写像	242
4.4	正準力学系	255
4.4.1	正準方程式の線形化	255
4.4.2	正準力学系の構造安定性	256

4.4.3	相流ともなう体積変化	257
4.4.4	リュウヴィルの定理	260
4.4.5	ポアンカレの再帰定理	261
<b>5</b>	<b>正準変換</b>	<b>267</b>
5.1	相空間上のハミルトンの原理	267
5.1.1	ハミルトンの原理の相空間への持ち上げ	267
5.1.2	ルジャンドル変換	270
5.1.3	相空間上でのハミルトンの原理	274
5.1.4	局所座標系によらない表現	276
5.2	積分不変式とカルタンの原理	279
5.2.1	相空間上のワイスの原理	279
5.2.2	積分不変式	280
5.2.3	カルタンの原理	282
5.2.4	第1積分と自由度の削減	283
5.3	正準変換——母関数による定義	285
5.3.1	正準変換とは	285
5.3.2	変換の母関数	287
5.4	シンプレクティック写像	292
5.4.1	シンプレクティック条件	292
5.4.2	母関数との関係	295
5.4.3	正準変換であるための十分条件	296
5.4.4	正準変換群	299
5.5	正準不変式	299
5.5.1	積分不変式	299
5.5.2	ラグランジュ括弧	300
5.5.3	斜交積	302
5.5.4	リュウヴィルの定理(再論)	303