目　次

1. 相転移と臨界現象 1〜16

1-1 相と相図 …… 1
1-2 相転移 …… 3
1-3 臨界現象 …… 5
1-4 スケール変換とくりこみ群 …… 7
1-5 Ising 模型とそれに関連した模型 …… 12
演習問題 1. …… 16

2. 平均場理論 17〜47

2-1 平均場理論 …… 17
2-2 平均場理論の臨界指数 …… 21
2-3 Landau 理論 …… 24
2-4 三重臨界点の Landau 理論 …… 27
2-5 無限レンジ模型 …… 31
2-6 Bethe 近似 …… 34
2-7 相関関数 …… 36
2-8 適用限界 …… 39
2-9 動的臨界現象 …… 41
2-9-1 1 自由度系 …… 42
2-9-2 Gauss 模型 …… 43
演習問題 2. …… 46

3. くりこみ群とスケーリング 48〜71

3-1 スケール変換と固定点 …… 48
3-2 パラメータ空間と変換則 …… 51
3-3 固定点付近の流れと普遍性 …… 53
3-4 スケーリング則 …… 56

3-5 相関関数のスケーリング則 …… 59
3-6 平均場理論とスケーリング則 …… 60
3-7 スケーリング次元 …… 62
3-8 スケーリング則によるデータ解析 …… 63
3-9 クロスオーバー …… 66
3-10 動的スケーリング則 …… 69
演習問題 3. …… 70

4. くりこみ群の実際 72〜89
4-1 1 次元 Ising 模型 …… 72
4-1-1 くりこみ群の式 …… 72
4-1-2 固定点と固有値 …… 74
4-1-3 物理量の特異性 …… 76
4-2 2 次元以上での実空間くりこみ群 …… 77
4-2-1 ブロック・スピン変換 …… 77
4-2-2 部 分 和 …… 79
4-2-3 Migdal-Kadanoff 近似 …… 81
4-3 Gauss 固定点と 4 次元からの展開 …… 83
4-3-1 Gauss 固定点 …… 84
4-3-2 4 次元からの展開 …… 87
演習問題 4. …… 89

5. Kosterlitz-Thouless 転移 90〜109
5-1 Peierls の議論 …… 90
5-2 XY 模型の下部臨界次元 …… 92
5-3 長距離秩序が存在しない証明 …… 95
5-4 Kosterlitz-Thouless 転移 …… 98
5-5 渦対のエネルギー …… 101
5-6 くりこみ群による解析 …… 103
5-6-1 KT 転移を記述するくりこみ群の式 …… 103
5-6-2 Kosterlitz 方程式の解 …… 106
演習問題 5. …… 109

6. ランダムな系 110〜141
6-1 ランダム磁場 …… 110
6-1-1 クエンチ系と自己平均性 …… 111
6-1-2 平均場理論 …… 113
6-1-3 下部臨界次元 …… 116
6-1-4 上部臨界次元 …… 117
6-1-5 有限次元系の性質 …… 120
6-2 スピングラス …… 121
6-2-1 Sherrington-Kirkpatrick 模型 …… 122
6-2-2 SK 模型の相図 …… 124
6-2-3 有限次元系の性質 …… 125
6-3 希釈強磁性体とパーコレーション …… 128
6-3-1 希釈強磁性体 …… 128
6-3-2 パーコレーションにおけるスケーリング …… 131
6-3-3 フラクタル次元とハイパー・スケーリング …… 134
6-3-4 ボンド過程と Potts 模型 …… 137
演習問題 6. …… 140

7. 厳密に解ける模型 142〜171
7-1 1 次元 Ising 模型 …… 142
7-1-1 自由境界条件 …… 142
7-1-2 周期境界条件 …… 146
7-2 1 次元 n ベクトル模型 …… 149
7-3 球形模型 …… 152
7-3-1 分配関数と自由エネルギー …… 153
7-3-2 鞍点条件式の解と臨界指数 …… 155
7-4 1 次元量子 XY 模型 …… 158
7-5 2 次元 Ising 模型 …… 162
7-5-1 転送行列の構成 …… 162
7-5-2 Majorana 場での表現 …… 164
7-5-3 Fermi 粒子による Fourier 表示 …… 166
7-5-4 固有値と自由エネルギー …… 166

7-5-5 比熱の対数発散 …… 169
演習問題 7. …… 170

8. 双対性 172～189
8-1 双対性 …… 172
8-2 高温展開と低温展開 …… 176
8-3 Fourier 変換と双対性 …… 179
8-3-1 分配関数の一般形 …… 179
8-3-2 双対変換 …… 180
8-3-3 Ising 模型 …… 183
8-3-4 Villain 模型とラフニング転移 …… 185
演習問題 8. …… 188

付　録 190～208
1. 鞍点法 …… 190
2. 磁化率の相関関数による表現 …… 193
3. Rushbrooke の不等式 …… 194
4. キュミュラント …… 196
5. SK 模型のレプリカ対称解 …… 197
5.1 分配関数のレプリカ平均 …… 197
5.2 Gauss 積分による一体問題化 …… 198
5.3 鞍点評価 …… 199
5.4 レプリカ対称解 …… 200
5.5 秩序パラメータ …… 200
6. n ベクトル模型の分配関数の計算に必要な積分 …… 202
7. 多重 Gauss 積分と格子 Green 関数 …… 203
8. Jordan-Wigner 変換 …… 206
9. Poisson の和公式 …… 208

さらに進んだ内容を学ぶために 209
演習問題解答 211
索　引 227