

目 次

1. 数値計算の「源泉」を訪ねて.....	1
1.1 線形計算の原著論文について.....	1
1.1.1 研究動機.....	1
1.1.2 反復解法 事始め.....	1
1.1.3 有限差分法 事始め.....	3
1.1.4 不完全分解法 事始め.....	3
1.2 3つの謎.....	5
1.2.1 小さな疑問.....	5
1.2.2 NA Digest.....	6
1.3 Jacobi の弟子 Seidel とは誰？.....	6
1.3.1 Seidel の略歴と人物像.....	6
1.3.2 恩師 C.G.J. Jacobi との関係.....	7
1.3.3 Gauss-Seidel 法について.....	7
1.4 ドイツの測地学者 W. Jordan とは誰？.....	8
1.4.1 はじめに.....	8
1.4.2 N. J. Higham からの電子メール.....	8
1.4.3 ドイツの測地学者 Wilhelm Jordan.....	8
1.4.4 数学者 Camille Jordan と作家 Wilhelm Jordan.....	9
1.4.5 ガウス・ヨルダン法と呼ぶのが正しい.....	10
1.5 K. Hessenberg とは誰？.....	10
1.5.1 ヘッセンベルグ行列について.....	10

1.5.2	Karl Hessenberg の学位論文	11
1.5.3	Karl Hessenberg の略歴	12
1.5.4	学位論文の題名と年号の変遷	13
1.5.5	Karl Hessenberg と家族の写真	13
1.5.6	線形計算の分野の研究者たち	17
1.5.7	フランス陸軍少佐 Cholesky, André-Louis について	19
2.	反復解法の基礎と共役勾配法	23
2.1	記号と定義	25
2.2	アーノルディ原理とランチョス原理	26
2.2.1	アーノルディ原理	26
2.2.2	ランチョス原理	28
2.3	クリロフ部分空間反復解法	29
2.4	前処理	30
2.5	共役勾配法	31
2.6	CG 法の非エルミート行列への拡張	35
3.	ランチョス原理に基づく反復解法	37
3.1	双共役勾配法	38
3.2	ランチョス原理に基づく積型反復解法	41
3.2.1	積型反復解法の定義	42
3.2.2	残差多項式の再構成	43
3.2.3	漸化式による残差ベクトルの計算	44
3.2.4	α_n と β_n の計算式	45
3.3	積型反復解法の導出	46
3.3.1	CGS 法	46
3.3.2	Bi-CGSTAB 法	48
3.3.3	GPBi-CG(ω) 法	49
3.3.4	GPBi-CG 法	51
3.3.5	Bi-CGSTAB2 法	53
4.	アーノルディ原理に基づく反復解法	57
4.1	GMRES 法	57
4.2	GCR 法	63

4.3	収束性の評価	
4.3.1	実数行列に対する前処理なしの反復解法	71
4.3.2	複素数行列に対する前処理なしの反復解法	73
4.3.3	実数行列に対する前処理付きの反復解法	76
4.3.4	複素数行列に対する前処理付きの反復解法	79
4.3.5	おわりに	82
5.	ベクトル計算機とメモリ競合	83
5.1	メモリ競合	83
5.2	単連結ポートのときのメモリ競合	84
5.3	2重連結ポートのときのメモリ競合	85
5.4	番地を直接指定したときのメモリ競合	86
5.5	間接番地のときのメモリ競合	87
5.6	複素数配列に対するメモリ競合	88
6.	2次元の fill-in 付き ICCG 法とメモリ競合	89
6.1	はじめに	89
6.2	ICCG(1,1) 法と fill-in	90
6.2.1	ICCG(1,1) 法	90
6.2.2	fill-in を考慮した不完全 Cholesky 分解法	91
6.3	超平面 (1,1), (1,2), (1,3) 法の特徴	92
6.4	アクセス間隔ごとのメモリ競合の影響の度合	94
6.5	3種類の (M)ICCG 法の性能比較	96
6.5.1	方程式と解析条件	96
6.5.2	評価方法に対する考察	96
6.5.3	数値実験結果	97
6.5.4	拡散係数が一様でない場合	100
6.6	まとめ	101
7.	3次元超平面法とメモリ競合	103
7.1	ICCG(1,1,1) 法	103
7.2	3次元超平面法とアクセス間隔	104
7.3	3次元超平面法による ICCG 法のベクトル化とメモリ競合	106
7.4	行列とベクトルの計算について	108

8. TF 法とメモリ競合	111
8.1 はじめに	111
8.2 三項対角近似因子分解法.....	111
8.2.1 逆行列操作について.....	112
8.2.2 もとの係数行列 A との近似性	112
8.2.3 並列性.....	113
8.2.4 3次元 TF 行列の特徴とアクセス間隔.....	113
8.3 2次元 TF/ILU CGS 法のプログラム	114
8.3.1 機能	114
8.3.2 使用法.....	114
8.3.3 引き数.....	114
8.3.4 パラメータ入力について	115
8.3.5 エラーコード	116
8.3.6 行列 A の格納形式 (2次元).....	116
8.3.7 注意事項	116
8.4 3次元 TF/ILU CGS 法のプログラム	117
8.4.1 機能	117
8.4.2 使用法.....	117
8.4.3 引き数.....	117
8.4.4 パラメータ入力について	118
8.4.5 エラーコード.....	119
8.4.6 行列 A の格納形式 (3次元).....	119
8.4.7 注意事項	119
8.5 加速手法	120
8.5.1 加速パラメータの決定法	121
8.6 TF 法とメモリ競合の関係	121
9. 収納プログラムの概要	123
9.1 4章で使用したプログラムの概要	123
9.2 8章に関係するプログラムの概要	126
参 考 文 献	127
索 引	137