

目 次

1章 不定積分	23
1.1 概 論	23
1.2 不完全ガンマ関数 $\gamma(\alpha, x)$, $\Gamma(\alpha, x)$ およびベータ関数 $B_x(\alpha, \beta)$	23
1.2.1 $\int x^\lambda \left\{ \begin{matrix} \gamma(\alpha, ax^\nu) \\ \Gamma(\alpha, ax^\nu) \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	23
1.2.2 $\int f(x) \gamma(\alpha, \varphi(x)) dx$ の形の積分	23
1.2.3 $\int f(x) B_x(\alpha, \beta) dx$ の形の積分	24
1.3 指数積分 $Ei(x)$	24
1.3.1 $\int x^\lambda Ei(-ax-b) dx$ の形の積分	24
1.3.2 $\int x^\lambda e^{cx} Ei(-ax-b) dx$ の形の積分	25
1.3.3 $\int f(x) Ei(-ax) dx$ の形の積分	27
1.3.4 関数 $Ei(-ax)$ の積を含む積分	27
1.4 正弦積分 $si(x)$ および余弦積分 $ci(x)$	28
1.4.1 $\int x^\lambda \left\{ \begin{matrix} si(ax) \\ ci(ax) \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	28
1.4.2 $\int f(x) \left\{ \begin{matrix} si(ax) \\ ci(ax) \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	29
1.4.3 関数 $si(ax)$ および $ci(bx)$ の積を含む積分	29
1.5 誤差関数 $erf(x)$ および $erfc(x)$	30
1.5.1 $\int x^\lambda \left\{ \begin{matrix} erf(ax) \\ erfc(ax) \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	30
1.5.2 $\int x^\lambda e^{bx} \left\{ \begin{matrix} erf(ax) \\ erfc(ax) \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	31
1.5.3 $\int x^\lambda e^{-b^2x^2} \left\{ \begin{matrix} erf(ax) \\ erfc(ax) \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	31
1.5.4 双曲線関数, 三角関数, および $\left\{ \begin{matrix} erf(ax) \\ erfc(ax) \end{matrix} \right\}$ を含む積分	32
1.5.5 $\int x^\lambda \ln x \left\{ \begin{matrix} erf(ax) \\ erfc(ax) \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	33

1.5.6	$\int x^\lambda \operatorname{erf}(ax) \operatorname{erf}(bx) dx$ の形の積分	33
1.6	フレネル積分 $S(x)$ および $C(x)$	34
1.6.1	$\int x^\lambda \begin{Bmatrix} S(ax) \\ C(ax) \end{Bmatrix} dx$ の形の積分	34
1.6.2	$\int f(x) \begin{Bmatrix} S(ax) \\ C(ax) \end{Bmatrix} dx$ の形の積分	35
1.6.3	関数 $S(ax)$ および $C(bx)$ の積を含む積分	35
1.7	放物柱関数 $D_\nu(x)$	36
1.7.1	$\int x^\lambda e^{\pm a^2 x^2/4} D_\nu(ax) dx$ の形の積分	36
1.7.2	$\int f(x) D_\nu^2(x) dx$ の形の積分	37
1.8	ベッセル関数 $J_\nu(x)$	37
1.8.1	$\int x^\lambda J_\nu(x) dx$ の形の積分	37
1.8.2	べき乗関数, 指数関数, 三角関数, および $J_\nu(x)$ を含む積分	39
1.8.3	$\int x^\lambda J_\mu(ax) J_\nu(bx) dx$ の形の積分	40
1.8.4	$\int \frac{f(x)}{J_\mu(x) J_\nu(x)} dx$ の形の積分	42
1.9	ノイマン関数 $Y_\nu(x)$	42
1.9.1	$\int x^\lambda Y_\nu(x) dx$ の形の積分	42
1.9.2	$\int x^\lambda e^{\pm ix} Y_\nu(x) dx$ の形の積分	43
1.9.3	$\int x^\lambda Y_\mu(ax) Y_\nu(bx) dx$ の形の積分	43
1.9.4	$\int \frac{f(x)}{Y_\nu(x)} dx$ の形の積分	44
1.9.5	$J_\mu(ax) Y_\nu(bx)$ を含む積分	44
1.10	ハンケル関数 $H_\nu^{(1)}(x)$ および $H_\nu^{(2)}(x)$	44
1.10.1	$\int x^\lambda H_\nu^{(j)}(x) dx$ の形の積分	44
1.10.2	$\int x^\lambda e^{px} H_\nu^{(j)}(x) dx$ の形の積分	45
1.10.3	$\int \frac{f(x)}{H_\nu^{(j)}(x)} dx$ の形の積分	45
1.11	変形ベッセル関数 $I_\nu(x)$	45
1.11.1	$\int x^\lambda I_\nu(x) dx$ の形の積分	45
1.11.2	$\int x^\lambda e^{\pm x} I_\nu(x) dx$ の形の積分	46

1.11.3	$\int x^\lambda I_\mu(ax) I_\nu(bx) dx$ の形の積分	46
1.11.4	$\int \frac{f(x)}{I_\nu(x)} dx$ の形の積分	47
1.11.5	$\int x^\lambda J_\nu(ax) I_\nu(bx) dx$ の形の積分	47
1.12	マクドナルド関数 $K_\nu(x)$	47
1.12.1	$\int x^\lambda K_\nu(x) dx$ の形の積分	47
1.12.2	$\int x^\lambda e^{\pm x} K_\nu(x) dx$ の形の積分	48
1.12.3	$\int x^\lambda K_\mu(ax) K_\nu(bx) dx$ の形の積分	48
1.12.4	$J_\mu(ax) K_\nu(bx)$ または $I_\mu(ax) K_\nu(bx)$ を含む積分	48
1.12.5	$\int \frac{f(x)}{K_\nu(x)} dx$ の形の積分	49
1.13	円柱関数 $Z_\nu(x)$	49
1.13.1	$\int x^\lambda Z_\nu(x) dx$ の形の積分	49
1.13.2	$\int x^\lambda Z_\mu^{(1)}(ax) Z_\nu^{(2)}(bx) dx$ の形の積分	49
1.13.3	$\int x^\lambda Z_\nu^2(x) dx$ の形の積分	50
1.14	ルジャンドル $P_n(x)$, チェビシエフ $T_n(x), U_n(x)$, ラゲール $L_n(x), L_n^\alpha(x)$, エルミート $H_n(x)$, ゲーゲンバウアー $C_n^\nu(x)$, および ヤコビ $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ の直交多項式	50
1.14.1	$P_n(x)$ を含む積分	50
1.14.2	$T_n(x)$ および $U_n(x)$ を含む積分	50
1.14.3	$L_n(x)$ および $L_n^\alpha(x)$ を含む積分	51
1.14.4	$H_n(x)$ を含む積分	52
1.14.5	$C_n^\nu(x)$ を含む積分	52
1.14.6	$P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ を含む積分	53
2章	定積分	55
2.1	概論	55
2.2	ガンマ関数 $\Gamma(x)$	57
2.2.1	$\Gamma(c+x)$ を含む積分 ($0 < x < \infty$)	57
2.2.2	$\Gamma(a \pm x)$ を含む積分 ($-\infty < x < \infty$)	57
2.2.3	$\ln \Gamma(a+x)$ を含む積分	60
2.2.4	$\Gamma(a+ix)$ を含む積分	60
2.3	プサイ関数 $\psi(x)$	61
2.3.1	$\psi(x)$ を含む積分	61
2.3.2	$\psi^{(n)}(x)$ を含む積分	62

2.4	リーマンのツェータ関数 $\zeta(x)$ —————	63
2.4.1	$\zeta(x)$ を含む積分 ($0 < x < \infty$)—————	63
2.4.2	直線 ($\gamma - i\infty, \gamma + i\infty$) に沿った $\zeta(x)$ を含む積分—————	63
2.5	指数積分 $Ei(x)$ —————	64
2.5.1	積分の一般形—————	64
2.5.2	$A(x)Ei(cx+d)$ の積分—————	69
2.5.3	$A(x), e^{px}$, および $Ei(cx+d)$ を含む積分—————	71
2.5.4	$x^a e^{f(x)} Ei(cx)$ の積分—————	72
2.5.5	$e^{f(x)}$ および $\varphi(x)Ei(bx) + \chi(x)Ei(cx)$ を含む積分—————	73
2.5.6	双曲線関数および $Ei(-cx)$ を含む積分—————	73
2.5.7	三角関数および $Ei(cx)$ を含む積分—————	74
2.5.8	e^{-px} , 三角関数, および $Ei(cx)$ を含む積分—————	74
2.5.9	$x^a \ln^n x Ei(cx)$ の積分—————	75
2.5.10	$x^a e^{-px} \ln^n x Ei(cx)$ の積分—————	75
2.5.11	$x^a Ei(bx^{\pm 1} + d) Ei(cx)$ の積分—————	76
2.5.12	$x^a e^{f(x)} Ei(bx^{\pm 1}) Ei(cx)$ の積分—————	77
2.5.13	$x^a \ln^n x Ei^2(cx)$ の積分—————	79
2.6	正弦積分 $si(x)$ および余弦積分 $ci(x)$ —————	79
2.6.1	積分の一般形—————	79
2.6.2	$A(x) \begin{Bmatrix} si(cx) \\ ci(cx) \end{Bmatrix}$ および $A(x)Si(cx)$ の積分—————	82
2.6.3	$x^a e^{-px^r} \begin{Bmatrix} si(cx) \\ ci(cx) \end{Bmatrix}$ および $x^a e^{-px^r} Si(cx)$ の積分—————	84
2.6.4	べき乗関数, 三角関数, および $\begin{Bmatrix} si(cx) \\ ci(cx) \end{Bmatrix}$ または $Si(cx)$ を含む積分—————	85
2.6.5	指数関数, 三角関数, および $\begin{Bmatrix} si(cx) \\ ci(cx) \end{Bmatrix}$ または $Si(cx)$ を含む積分—————	87
2.6.6	$x^a \ln^n x \begin{Bmatrix} si(cx) \\ ci(cx) \end{Bmatrix}$ の積分—————	88
2.6.7	$\begin{Bmatrix} si(bx) si(cx) \\ ci(bx) ci(cx) \end{Bmatrix}$ または $si(bx)ci(cx)$ を含む積分—————	89
2.6.8	$x^a Ei(-bx^n) \begin{Bmatrix} si(cx) \\ ci(cx) \end{Bmatrix}$ の積分—————	90
2.7	双曲線正弦積分 $shi(x)$ および双曲線余弦積分 $chi(x)$ —————	90
2.7.1	積分の一般形—————	90
2.7.2	$A(x) \begin{Bmatrix} shi(cx) \\ chi(cx) \end{Bmatrix}$ の積分—————	91
2.7.3	$x^a e^{-px^m} \begin{Bmatrix} shi(cx) \\ chi(cx) \end{Bmatrix}$ の積分—————	91
2.7.4	e^{-px^m} , 双曲線関数, および $\begin{Bmatrix} shi(cx) \\ chi(cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分—————	92
2.7.5	e^{-px} , 三角関数, および $\begin{Bmatrix} shi(cx) \\ chi(cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分—————	92

2.8	誤差関数 $\operatorname{erf}(x)$ および $\operatorname{erfc}(x)$	93
2.8.1	積分の一般形	93
2.8.2	$x^\alpha (z \pm x)^\beta \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ の積分	101
2.8.3	$x^\alpha (z^2 \pm x^2)^\beta \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ の積分	102
2.8.4	x^α および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(\varphi(x)) \\ \operatorname{erfc}(\varphi(x)) \end{array} \right\}$ を含む積分	103
2.8.5	$x^\alpha e^{\rho x^m} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ の積分	104
2.8.6	$x^\alpha e^{f(x)} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ の積分	106
2.8.7	$x^\alpha (z \pm x)^\beta e^{\rho x^2} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ の積分	107
2.8.8	$x^\alpha (z^2 \pm x^2)^\beta e^{\rho x^2} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ の積分	108
2.8.9	$A(x) e^{f(x)} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(\varphi(x)) \\ \operatorname{erfc}(\varphi(x)) \end{array} \right\}$ の積分	110
2.8.10	$e^{\rho x^m}$, 双曲線関数, および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ を含む積分	111
2.8.11	三角関数および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ を含む積分	111
2.8.12	三角関数および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx+d) \\ \operatorname{erfc}(cx+d) \end{array} \right\}$ を含む積分	115
2.8.13	$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(\varphi(\sin x, \cos x)) \\ \operatorname{erfc}(\varphi(\sin x, \cos x)) \end{array} \right\}$ を含む積分	115
2.8.14	x^α , $e^{\rho x^2}$, 三角関数, および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx+d) \\ \operatorname{erfc}(cx+d) \end{array} \right\}$ を含む積分	116
2.8.15	双曲線関数, 三角関数, および $\operatorname{erfc}(cx+d)$ を含む積分	118
2.8.16	対数関数および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ を含む積分	118
2.8.17	逆三角関数および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(\varphi(x)) \\ \operatorname{erfc}(\varphi(x)) \end{array} \right\}$ を含む積分	119
2.8.18	$A(x)$ および $\prod_k \operatorname{erf}(\varphi_k(x))$ を含む積分	120
2.8.19	$e^{\rho x^m}$ および $\prod_k \operatorname{erf}(\varphi_k(x))$ を含む積分	122
2.8.20	$\prod_k \operatorname{erfc}(\varphi_k(x))$ を含む積分	123
2.8.21	$\prod_{k,l} \operatorname{erf}(\varphi_k(x)) \operatorname{erfc}(\psi_l(x))$ を含む積分	125
2.8.22	双曲線関数および $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}^2$ を含む積分	127
2.8.23	三角関数および関数 $\operatorname{erf}(bx)$, $\operatorname{erfc}(cx)$ の積を含む積分	127
2.8.24	$\ln x$ および関数 $\operatorname{erf}(bx)$, $\operatorname{erfc}(cx)$ の積を含む積分	129
2.8.25	$\operatorname{Ei}(-bx^{\pm 2}) \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ を含む積分	129
2.8.26	$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{si}(bx^n) \\ \operatorname{ci}(bx^n) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{erf}(cx) \\ \operatorname{erfc}(cx) \end{array} \right\}$ を含む積分	130

2.9	フレネル積分 $S(x)$ および $C(x)$	132
2.9.1	積分の一般形	132
2.9.2	$A(x) \begin{Bmatrix} S(cx) \\ C(cx) \end{Bmatrix}$ の積分	135
2.9.3	$x^\alpha e^{-\rho x^r} \begin{Bmatrix} S(cx) \\ C(cx) \end{Bmatrix}$ の積分	137
2.9.4	三角関数と $\begin{Bmatrix} S(cx) \\ C(cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	137
2.9.5	$e^{-\rho x^r}$, 三角関数, および $\begin{Bmatrix} S(cx) \\ C(cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	140
2.9.6	関数 $S(bx)$, $C(cx)$ の積を含む積分	140
2.9.7	$\begin{Bmatrix} \text{si}(bx^r) \\ \text{ci}(bx^r) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} S(cx) \\ C(cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	142
2.9.8	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(bx^r) \\ \text{erfc}(bx^r) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} S(cx) \\ C(cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	142
2.10	不完全ガンマ関数 $\Gamma(\nu, x)$ および $\gamma(\nu, x)$	143
2.10.1	積分の一般形	143
2.10.2	$A(x) \begin{Bmatrix} \Gamma(\nu, cx) \\ \gamma(\nu, cx) \end{Bmatrix}$ の積分	149
2.10.3	$A(x) e^{f(x)} \begin{Bmatrix} \Gamma(\nu, cx) \\ \gamma(\nu, cx) \end{Bmatrix}$ の積分	149
2.10.4	三角関数および $\begin{Bmatrix} \Gamma(\nu, cx) \\ \gamma(\nu, cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	152
2.10.5	e^{cx} , 三角関数, および $\begin{Bmatrix} \Gamma(\nu, cx) \\ \gamma(\nu, cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	152
2.10.6	関数 $\Gamma(\mu, bx)$ および $\gamma(\nu, cx)$ の積を含む積分	153
2.10.7	$\text{Ei}(bx) \begin{Bmatrix} \Gamma(\nu, cx) \\ \gamma(\nu, cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	154
2.10.8	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(b\sqrt{x}) \\ \text{erfc}(b\sqrt{x}) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma(\nu, cx) \\ \gamma(\nu, cx) \end{Bmatrix}$ を含む積分	154
2.11	放物柱関数 $D_\nu(x)$	155
2.11.1	積分の一般形	155
2.11.2	$A(x) D_\nu(cx)$ の積分	159
2.11.3	$A(x) e^{\rho x^2} D_\nu(cx)$ の積分	159
2.11.4	$A(x) e^{f(x)} D_\nu(cx)$ の積分	162
2.11.5	双曲線関数および $D_\nu(\varphi(x))$ を含む積分	163
2.11.6	$x^\alpha e^{\rho x^2} \begin{Bmatrix} \sin bx^n \\ \cos bx^n \end{Bmatrix} D_\nu(cx)$ の積分	164
2.11.7	$A(x) [D_\mu(\varphi(x)) D_\nu(cx)]^{\pm 1}$ の積分	164
2.11.8	$f(x) D_\mu(bx) D_\nu(cx)$ の積分	165
2.11.9	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(bx) \\ \text{erfc}(bx) \end{Bmatrix}$ および $D_\nu(cx)$ を含む積分	166
2.11.10	$D_x(c)$ を含む, インデックス x に関する積分	168

2.12	ベッセル関数 $J_\nu(x)$	168
2.12.1	積分の一般形	168
2.12.2	$x^\alpha J_\nu(cx)$ の積分	174
2.12.3	$x^\alpha(z \pm x)^\beta J_\nu(cx)$ の積分	175
2.12.4	$x^\alpha(x^2 \pm z^2)^\beta J_\nu(cx)$ の積分	176
2.12.5	$x^\alpha(x^4 \pm z^4)^\beta J_\nu(cx)$ の積分	180
2.12.6	$A(x)J_\nu(cx)$ の積分	181
2.12.7	$A(x)J_\nu(\varphi(x))$ の積分	183
2.12.8	$A(x, e^{px}, J_\nu(cx))$ の積分	183
2.12.9	$x^\alpha e^{-px \pm r} J_\nu(cx)$ の積分	186
2.12.10	$A(x) e^{f(x)} J_\nu(cx)$ の積分	188
2.12.11	$A(x) e^{-px} J_\nu(\varphi(x))$ の積分	189
2.12.12	$A(x) e^{f(x)} J_\nu(\varphi(x))$ の積分	190
2.12.13	双曲線関数および $J_\nu(cx)$ を含む積分	191
2.12.14	$J_\nu(c \operatorname{sh} x)$ および $J_\nu(c \operatorname{ch}^\pm x)$ を含む積分	191
2.12.15	$x^\alpha \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ の積分	192
2.12.16	$A(x), \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$, および $J_\nu(cx)$ を含む積分	195
2.12.17	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin(a+bx) \\ \cos(a+bx) \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ の積分	197
2.12.18	$x^\alpha \begin{Bmatrix} \sin(a+bx^2) \\ \cos(a+bx^2) \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ の積分	198
2.12.19	$x^\alpha \begin{Bmatrix} \sin b\sqrt{x} \\ \cos b\sqrt{x} \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ を含む積分	199
2.12.20	$x^\alpha \begin{Bmatrix} \sin(bx+a/x) \\ \cos(bx+a/x) \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ を含む積分	200
2.12.21	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin(b\sqrt{a^2-x^2}) \\ \cos(b\sqrt{a^2-x^2}) \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ の積分	201
2.12.22	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin(b\sqrt{x^2-a^2}) \\ \cos(b\sqrt{x^2-a^2}) \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ の積分	201
2.12.23	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin(b\sqrt{x^2+z^2}) \\ \cos(b\sqrt{x^2+z^2}) \end{Bmatrix} J_\nu(cx)$ の積分	202
2.12.24	$A(x) \sin(a+bx) J_\nu(\varphi(x))$ の積分	204
2.12.25	e^{pxr} , 三角関数, および $J_\nu(cx)$ を含む積分	204
2.12.26	三角関数および $J_\nu(c \operatorname{sh} x)$ または $J_\nu(c \operatorname{ch} x)$ を含む積分	205
2.12.27	べき乗関数, 三角関数, および $J_\nu(\varphi(\sin x, \cos x))$ を含む積分	206
2.12.28	$A(x) \ln \varphi(x) J_\nu(cx)$ の積分	207
2.12.29	べき乗関数, 三角関数, 対数関数, および $J_\nu(\varphi(x))$ を含む積分	208
2.12.30	逆三角関数および $J_\nu(cx)$ を含む積分	209
2.12.31	$x^\alpha J_\mu(bx) J_\nu(cx)$ の積分	209
2.12.32	$A(x) J_\mu(bx) J_\nu(cx)$ の積分	212
2.12.33	$A(x) J_\mu(a \pm cx) J_\nu(cx+d)$ の積分	213
2.12.34	$x^\alpha J_\mu(bx^{\pm r}) J_\nu(cx)$ の積分	215
2.12.35	$A(x) J_\mu(b\sqrt{z^2 \pm x^2}) J_\nu(cx)$ の積分	216

2.12.36	$x^\alpha J_\mu(\varphi(x)) J_\nu(\chi(x))$ の積分	217
2.12.37	$J_\mu(cx) / J_\nu(cx)$ を含む積分	218
2.12.38	$x^\alpha e^{-\beta x} J_\mu(bx) J_\nu(cx)$ の積分	218
2.12.39	$A(x) e^{f(x)} J_\mu(\varphi(x)) J_\nu(cx)$ の積分	223
2.12.40	三角関数および $J_\mu(bx^{\pm r}) J_\nu(cx)$ を含む積分	224
2.12.41	$J_\nu(c \sin x)$ を含む積分	228
2.12.42	$x^\alpha J_\lambda(ax) J_\mu(bx) J_\nu(cx)$ の積分	228
2.12.43	$A(x) J_\lambda(\varphi(x)) J_\mu(\chi(x)) J_\nu(cx)$ の積分	232
2.12.44	$\prod_{k=1}^n J_{\nu_k}(\varphi_k(x))$ ($n \geq 4$) を含む積分	233
2.12.45	$J_{\nu \pm x}(c)$ または $J_{ix}(c)$ を含む, インデックス x に関する積分	235
2.12.46	$\Gamma(x)$ および $J_\nu(cx)$ を含む積分	236
2.12.47	$Ei(\varphi(x)) J_\nu(cx)$ を含む積分	236
2.12.48	$x^\alpha \left\{ \begin{array}{l} \text{si}(bx^n) \\ \text{ci}(bx^n) \end{array} \right\} J_\nu(cx)$ の積分	238
2.12.49	$\left\{ \begin{array}{l} \text{erf}(\varphi(x)) \\ \text{erfc}(\varphi(x)) \end{array} \right\}$ および $J_\nu(\chi(x))$ を含む積分	238
2.12.50	$x^\alpha \left\{ \begin{array}{l} S(bx^n) \\ C(bx^n) \end{array} \right\} J_\nu(cx)$ の積分	242
2.12.51	$\left\{ \begin{array}{l} \gamma(\mu, bx^n) \\ \Gamma(\mu, bx^n) \end{array} \right\} J_\nu(cx)$ を含む積分	243
2.12.52	$D_\mu(\varphi(x)) J_\nu(cx)$ を含む積分	243
2.13	ノイマン関数 $Y_\nu(x)$	246
2.13.1	$\left\{ \begin{array}{l} Y_\nu(cx) \\ K_\nu(cx) \end{array} \right\}$ を含む積分の一般形	247
2.13.2	$x^\alpha (x+z)^\beta Y_\nu(cx)$ の積分	258
2.13.3	$x^\alpha (z^2 \pm x^2)^\beta Y_\nu(cx)$ の積分	260
2.13.4	$A(x) Y_\nu(cx)$ の積分	263
2.13.5	$A(x) Y_\nu(\varphi(x))$ の積分	265
2.13.6	$x^\alpha e^{-\beta x^n} Y_\nu(cx)$ の積分	265
2.13.7	$A(x) e^{f(x)} Y_\nu(\varphi(x))$ の積分	267
2.13.8	三角関数および $Y_\nu(cx)$ を含む積分	267
2.13.9	$e^{\beta x^r}$, 三角関数, および $Y_\nu(cx)$ を含む積分	270
2.13.10	$Y_\nu(c \text{sh } x)$ または $Y_\nu(c \text{ch } x)$ を含む積分	270
2.13.11	三角関数および $Y_\nu(\varphi(\sin x, \cos x))$ を含む積分	270
2.13.12	$\ln ax Y_\nu(cx)$ を含む積分	271
2.13.13	逆三角関数および $Y_\nu(cx)$ を含む積分	271
2.13.14	$\varphi(x) J_\nu(cx) + \chi(x) Y_\nu(cx)$ を含む積分	272
2.13.15	$J_\mu(bx) Y_\nu(cx)$ を含む積分	272
2.13.16	$A(x) J_\mu(\varphi(x)) Y_\nu(\chi(x))$ の積分	274
2.13.17	$\varphi(x) [aJ_\nu^2(cx) + bY_\nu^2(cx)]^{-1}$ の積分	275
2.13.18	$e^{\beta x^n}$ および $J_\mu(bx^r) Y_\nu(cx)$ を含む積分	275
2.13.19	三角関数および $J_\mu(bx^{\pm 1}) Y_\nu(cx)$ を含む積分	276
2.13.20	$x^\alpha Y_\mu(\varphi(x)) Y_\nu(\chi(x))$ の積分	278
2.13.21	三角関数および $Y_\mu(bx^{\pm 1}) Y_\nu(cx)$ を含む積分	279
2.13.22	$A(x) J_\lambda(ax) J_\mu(bx) Y_\nu(cx)$ の積分	279

2.13.23	$x^a J_\lambda(\varphi(x)) J_\mu(\chi(x)) Y_\nu(cx)$ の積分	282
2.13.24	$A(x) \prod_k J_{\mu_k}(b_k x) Y_\nu(cx)$ を含む積分	283
2.13.25	$x^a J_\lambda(ax) Y_\mu(bx) Y_\nu(cx)$ を含む積分	283
2.13.26	$x^a J_\nu(bx) J_\nu(cx) Y_\nu(bx) Y_\nu(cx)$ の積分	284
2.13.27	$Y_{\nu+ix}(c)$ を含む, インデックス x に関する積分	284
2.13.28	$Ei(bx^{\pm n}) Y_\nu(cx)$ を含む積分	285
2.13.29	$x^a \begin{Bmatrix} \text{si}(bx) \\ \text{ci}(bx) \end{Bmatrix} Y_\nu(cx)$ の積分	286
2.13.30	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(bx^r) \\ \text{erfc}(bx^r) \end{Bmatrix} Y_\nu(cx)$ を含む積分	286
2.13.31	$x^a \begin{Bmatrix} S(bx) \\ C(bx) \end{Bmatrix} Y_\nu(cx)$ の積分	287
2.13.32	$\begin{Bmatrix} \gamma(\mu, bx^n) \\ \Gamma(\mu, bx^n) \end{Bmatrix} Y_\nu(cx)$ を含む積分	288
2.13.33	$D_\mu(bx^r) Y_\nu(cx)$ を含む積分	289
2.14	ハンケル関数 $H_\nu^{(1)}(x)$ および $H_\nu^{(2)}(x)$	290
2.14.1	初等関数および $H_\nu^{(j)}(cx)$ を含む積分	290
2.14.2	初等関数および $H_\nu^{(j)}(\varphi(x))$ を含む積分	291
2.14.3	$J_\nu(bx)$ および $H_\nu^{(j)}(cx)$ を含む積分	292
2.14.4	$H_{\nu+ix}^{(j)}(c)$ を含む, インデックス x に関する積分	293
2.15	変形ベッセル関数 $I_\nu(x)$	293
2.15.1	積分の一般形	293
2.15.2	$A(x) I_\nu(\varphi(x))$ の積分	302
2.15.3	$x^a e^{-px} I_\nu(cx)$ の積分	303
2.15.4	$A(x, e^{px}) I_\nu(cx)$ の積分	305
2.15.5	$A(x) e^{-px^2} I_\nu(cx)$ の積分	306
2.15.6	$A(x) e^{f(x)} I_\nu(cx)$ の積分	306
2.15.7	$A(x) e^{-px} I_\nu(\varphi(x))$ の積分	308
2.15.8	$A(x) e^{f(x)} I_\nu(\varphi(x))$ の積分	309
2.15.9	双曲線関数および $I_\nu(\varphi(x))$ を含む積分	310
2.15.10	三角関数および $I_\nu(\varphi(x))$ を含む積分	310
2.15.11	$x^a e^{-px} \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix} I_\nu(cx)$ の積分	311
2.15.12	$x^a e^{-px} \begin{Bmatrix} \sin b\sqrt{x} \\ \cos b\sqrt{x} \end{Bmatrix} I_\nu(cx)$ の積分	313
2.15.13	対数関数および $I_\nu(\varphi(x))$ を含む積分	313
2.15.14	逆三角関数および $I_\nu(cx)$ を含む積分	314
2.15.15	$A(x) J_\mu(\varphi(x)) I_\nu(cx)$ の積分	314
2.15.16	$x^a e^{-px^n} J_\mu(bx) I_\nu(cx)$ の積分	315
2.15.17	$x^a e^{-px} J_\mu(b\sqrt{x}) I_\nu(cx)$ の積分	317
2.15.18	$x^a e^{-px^n} Y_\mu(\varphi(bx)) I_\nu(cx)$ の積分	318
2.15.19	$A(x) I_\mu(\varphi(x)) I_\nu(cx)$ の積分	318
2.15.20	$x^a e^{-px^n} I_\mu(bx) I_\nu(cx)$ の積分	320
2.15.21	3個以上の関数 $I_\nu(\varphi(x))$ および $J_\nu(\chi(x))$ の積を含む積分	322

2.15.22	$I_{\nu \pm x}(c)$ を含む, インデックス x に関する積分	322
2.15.23	$f(x) / I_{\nu}(x)$ の積分	322
2.15.24	$Ei(\varphi(x)) I_{\nu}(cx)$ を含む積分	322
2.15.25	$x^{\alpha} e^{-cx} \begin{Bmatrix} \text{si}(bx) \\ \text{ci}(bx) \end{Bmatrix} I_{\nu}(cx)$ の積分	324
2.15.26	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(bx^r) \\ \text{erfc}(bx^r) \end{Bmatrix} I_{\nu}(cx)$ を含む積分	324
2.15.27	$x^{\alpha} e^{-cx} \begin{Bmatrix} S(bx) \\ C(bx) \end{Bmatrix} I_{\nu}(cx)$ の積分	326
2.15.28	$\begin{Bmatrix} \gamma(\mu, bx^n) \\ \Gamma(\mu, bx^n) \end{Bmatrix} I_{\nu}(cx)$ を含む積分	326
2.15.29	$D_{\mu}(bx^r) I_{\nu}(cx)$ を含む積分	327
2.16	マクドナルド関数 $K_{\nu}(x)$	328
2.16.1	積分の一般形	328
2.16.2	$x^{\alpha} (z \pm x)^{\beta} K_{\nu}(cx)$ の積分	343
2.16.3	$x^{\alpha} (z^2 \pm x^2)^{\beta} K_{\nu}(cx)$ の積分	345
2.16.4	$A(x) K_{\nu}(cx)$ の積分	347
2.16.5	$A(x) K_{\nu}(\varphi(x))$ の積分	348
2.16.6	$x^{\alpha} e^{-\rho x} K_{\nu}(cx)$ の積分	349
2.16.7	$x^{\alpha} (z \pm x)^{\beta} e^{\rho x} K_{\nu}(cx)$ の積分	350
2.16.8	$x^{\alpha} e^{-\rho x^r} K_{\nu}(cx)$ の積分	352
2.16.9	$A(x) e^{f(x)} K_{\nu}(cx)$ の積分	354
2.16.10	$A(x) e^{f(x)} K_{\nu}(\varphi(x))$ の積分	355
2.16.11	$x^{\alpha} \begin{Bmatrix} \text{sh } bx \\ \text{ch } bx \end{Bmatrix} K_{\nu}(cx)$ の積分	356
2.16.12	$A(x) e^{-\rho x} \begin{Bmatrix} \text{sh } \varphi(x) \\ \text{ch } \varphi(x) \end{Bmatrix} K_{\nu}(cx)$ の積分	357
2.16.13	双曲線関数および $K_{\nu}(\varphi(\text{sh } x, \text{ch } x))$ を含む積分	358
2.16.14	$x^{\alpha} \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix} K_{\nu}(cx)$ の積分	358
2.16.15	$x^{\alpha} \begin{Bmatrix} \sin bx^{\pm r} \\ \cos bx^{\pm r} \end{Bmatrix} K_{\nu}(cx)$ の積分	360
2.16.16	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin(b\sqrt{z^2-x^2}) \\ \cos(b\sqrt{z^2-x^2}) \end{Bmatrix} K_{\nu}(cx)$ の積分	362
2.16.17	$\begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix} K_{\nu}(\varphi(x))$ の積分	363
2.16.18	$e^{\rho x^r}$, 三角関数, および $K_{\nu}(cx)$ を含む積分	363
2.16.19	三角関数および $K_{\nu}(c \text{ sh } x)$ または $K_{\nu}(c \cos^{\pm 1} x)$ を含む積分	364
2.16.20	対数関数および $K_{\nu}(cx)$ を含む積分	365
2.16.21	$x^{\alpha} J_{\mu}(bx) K_{\nu}(cx)$ の積分	365
2.16.22	$A(x) J_{\mu}(\varphi(x)) K_{\nu}(\chi(x))$ の積分	368
2.16.23	$x^{\alpha} e^{-\rho x^n} J_{\mu}(bx^r) K_{\nu}(cx)$ の積分	370
2.16.24	$x^{\alpha} \begin{Bmatrix} \text{sh } ax \\ \text{ch } ax \end{Bmatrix} J_{\mu}(bx) K_{\nu}(cx)$ の積分	371

2.16.25	$x^a \begin{Bmatrix} \sin ax^n \\ \cos ax^n \end{Bmatrix} J_\nu(bx) K_\nu(cx)$ の積分	372
2.16.26	$Y_0(cx) - \frac{2}{\pi} K_0(cx)$ を含む積分	373
2.16.27	$Y_\mu(bx^{\pm r}) K_\nu(cx)$ を含む積分	374
2.16.28	$A(x) I_\mu(\varphi(x)) K_\nu(\chi(x))$ の積分	376
2.16.29	$x^a e^{-px^n} I_\mu(bx^r) K_\nu(cx)$ の積分	378
2.16.30	$x^a \begin{Bmatrix} \text{sh } ax \\ \text{ch } ax \end{Bmatrix} I_\mu(bx) K_\nu(cx)$ の積分	381
2.16.31	$x^a \begin{Bmatrix} \sin ax^r \\ \cos ax^r \end{Bmatrix} I_\mu(bx) K_\nu(cx)$ の積分	381
2.16.32	$I_1(x) / K_1(x)$ を含む積分	384
2.16.33	$A(x) K_\mu(\varphi(x)) K_\nu(\chi(x))$ の積分	384
2.16.34	$x^a e^{\rho(x)} K_\mu(bx^{\pm n}) K_\nu(cx)$ の積分	386
2.16.35	$x^a \begin{Bmatrix} \text{sh } ax \\ \text{ch } ax \end{Bmatrix} K_\mu(bx) K_\nu(cx)$ の積分	389
2.16.36	$x^a \begin{Bmatrix} \sin ax^n \\ \cos ax^n \end{Bmatrix} K_\mu(bx) K_\nu(cx)$ の積分	389
2.16.37	$x^a J_\lambda(ax) J_\mu(bx) K_\nu(cx)$ の積分	391
2.16.38	$x^a J_\lambda(ax^m) J_\mu(bx^n) K_\nu(cx)$ の積分	394
2.16.39	$x^a J_\lambda(ax^{\pm m}) Y_\mu(bx^{\pm n}) K_\nu(cx)$ の積分	395
2.16.40	$x^a J_\lambda(ax^{\pm r}) I_\mu(\varphi(x)) K_\nu(\chi(x))$ の積分	395
2.16.41	$x^a Y_\mu(b\sqrt{x}) I_\mu(b\sqrt{x}) K_\nu(cx)$ の積分	398
2.16.42	$x^a I_\lambda(ax) I_\mu(bx) K_\nu(cx)$ を含む積分	398
2.16.43	$x^a J_\lambda(ax^{\pm q}) K_\mu(bx^r) K_\nu(cx)$ の積分	399
2.16.44	$x^a Y_\lambda(ax^{\pm q}) K_\mu(bx^r) K_\nu(cx)$ を含む積分	401
2.16.45	$x^a I_\lambda(ax) K_\mu(bx) K_\nu(cx)$ の積分	402
2.16.46	$x^a K_\lambda(ax^{\pm 1}) K_\mu(bx^{\pm 1}) K_\nu(cx)$ の積分	403
2.16.47	4個以上の関数 $J_\mu(bx)$ および $K_\nu(cx)$ を含む積分	404
2.16.48	$K_{ix}(c)$ と初等関数の積の, インデックス x に関する積分	404
2.16.49	$K_{ix}(c)$ と特殊関数の積の, インデックス x に関する積分	406
2.16.50	$\begin{Bmatrix} \text{Re } K_{\nu+ix}(c) \\ \text{Im } K_{\nu+ix}(c) \end{Bmatrix}$ と初等関数の積の, インデックス x に関する積分	407
2.16.51	$\begin{Bmatrix} \text{Re } K_{1/2+ix}(c) \\ \text{Im } K_{1/2+ix}(c) \end{Bmatrix}$ と特殊関数の積の, インデックス x に関する積分	408
2.16.52	$K_{\mu+ix}(b) K_{\nu\pm ix}(c)$ と初等関数の積の, インデックス x に関する積分	408
2.16.53	$K_{\mu+ix}(b) K_{\nu+ix}(c)$ と特殊関数の積の, インデックス x に関する積分	410
2.16.54	$K_{ix}(b) \begin{Bmatrix} \text{Re } K_{1/2+ix}(c) \\ \text{Im } K_{1/2+ix}(c) \end{Bmatrix}$ を含む, インデックス x に関する積分	410
2.16.55	$\begin{Bmatrix} \text{Re } K_{\nu\pm ix}(b) \text{Re } K_{1/2+ix}(c) \\ \text{Im } K_{\nu\pm ix}(b) \text{Im } K_{1/2+ix}(c) \end{Bmatrix}$ を含む, インデックス x に関する積分	411
2.16.56	$K_{ix}(a) K_{ix}(b) K_{ix}(c)$ を含む, インデックス x に関する積分	411
2.16.57	$\text{Ei}(bx^{\pm n}) K_\nu(cx)$ を含む積分	412
2.16.58	$\begin{Bmatrix} \text{si}(bx) \\ \text{ci}(bx) \end{Bmatrix} K_\nu(cx)$ を含む積分	414
2.16.59	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(\varphi(x)) \\ \text{erfc}(\varphi(x)) \end{Bmatrix} K_\nu(cx)$ を含む積分	414

2.16.60	$\left\{ \begin{matrix} S(bx^r) \\ C(bx^r) \end{matrix} \right\} K_\nu(cx)$ を含む積分	417
2.16.61	$\left\{ \begin{matrix} \gamma(\mu, bx^{\pm n}) \\ \Gamma(\mu, bx^{\pm n}) \end{matrix} \right\} K_\nu(cx)$ を含む積分	417
2.16.62	$D_\mu(bx^{\pm r}) K_\nu(cx)$ を含む積分	419
2.17	ルジャンドル多項式 $P_n(x)$	420
2.17.1	$(z^m \pm x^m)^\beta P_n(cx)$ の積分	420
2.17.2	$x^\alpha (z^2 \pm x^2)^\beta P_n(cx)$ の積分	422
2.17.3	$(x \pm a)^\alpha (b \pm x)^\beta P_n(\varphi(x))$ の積分	424
2.17.4	$(x \pm a)^\alpha (b \pm x)^\beta (d \pm x)^\gamma P_n(cx)$ の積分	427
2.17.5	$A(x) e^{-\rho x^m} P_n(cx)$ の積分	428
2.17.6	$A(x) e^{\varphi(x)} P_n(cx)$ の積分	430
2.17.7	$\left\{ \begin{matrix} \sin \varphi(x) \\ \cos \varphi(x) \end{matrix} \right\} P_n(\chi(x))$ を含む積分	433
2.17.8	$A(x) \ln \varphi(x) P_n(cx)$ の積分	435
2.17.9	$A(x) \text{Ei}(a + bx^m) P_n(cx)$ の積分	436
2.17.10	$A(x) \left\{ \begin{matrix} \text{si}(\varphi(x)) \\ \text{ci}(\varphi(x)) \end{matrix} \right\} P_n(cx)$ の積分	437
2.17.11	$\left\{ \begin{matrix} \text{erf}(\varphi(x)) \\ \text{erfc}(\varphi(x)) \end{matrix} \right\} P_n(cx)$ を含む積分	438
2.17.12	$\left\{ \begin{matrix} J_\nu(\varphi(x)) \\ I_\nu(\varphi(x)) \end{matrix} \right\} P_n(cx)$ を含む積分	440
2.17.13	$\left\{ \begin{matrix} Y_\nu(\varphi(x)) \\ K_\nu(\varphi(x)) \end{matrix} \right\} P_n(cx)$ を含む積分	443
2.17.14	$A(x) P_m(bx) P_n(cx)$ の積分	446
2.17.15	$P_m(\varphi(x)) P_n(cx)$ を含む積分	448
2.18	チェビシエフ多項式 $T_n(x)$ および $U_n(x)$	452
2.18.1	$T_n(\varphi(x))$ を含む積分	452
2.18.2	$U_n(cx)$ を含む積分	455
2.19	ラゲール多項式 $L_n^\lambda(x)$	457
2.19.1	積分の一般形	457
2.19.2	$A(x) L_n^\lambda(cx)$ の積分	462
2.19.3	$A(x) e^{-\rho x} L_n^\lambda(cx)$ の積分	462
2.19.4	$x^\alpha e^{\varphi(x)} L_n^\lambda(cx)$ の積分	465
2.19.5	$x^\alpha e^{-cx} \left\{ \begin{matrix} \sin bx^{\pm r} \\ \cos bx^{\pm r} \end{matrix} \right\} L_n^\lambda(cx)$ の積分	468
2.19.6	$x^\alpha e^{-cx} \ln^m \varphi(x) L_n^\lambda(cx)$ の積分	469
2.19.7	$\text{Ei}(bx^m) L_n^\lambda(cx)$ を含む積分	470
2.19.8	$x^\alpha e^{-cx} \left\{ \begin{matrix} \text{si}(bx^r) \\ \text{ci}(bx^r) \end{matrix} \right\} L_n^\lambda(cx)$ の積分	471
2.19.9	$\left\{ \begin{matrix} \text{erf}(bx^r) \\ \text{erfc}(bx^r) \end{matrix} \right\} L_n^\lambda(cx)$ を含む積分	471
2.19.10	$x^\alpha e^{-cx} \left\{ \begin{matrix} S(bx^r) \\ C(bx^r) \end{matrix} \right\} L_n^\lambda(cx)$ の積分	472

2.19.11	$x^a e^{-cx} \left\{ \begin{matrix} \gamma(\mu, bx^r) \\ \Gamma(\mu, bx^r) \end{matrix} \right\} L_n^\lambda(cx)$ の積分	473
2.19.12	$\left\{ \begin{matrix} J_\mu(\varphi(x)) \\ I_\mu(\varphi(x)) \end{matrix} \right\} L_n^\lambda(cx)$ を含む積分	474
2.19.13	$\left\{ \begin{matrix} Y_\mu(bx^{\pm r}) \\ K_\mu(bx^{\pm r}) \end{matrix} \right\} L_n^\lambda(cx)$ を含む積分	476
2.19.14	$L_m^\lambda(a+bx^k) L_n^\lambda(cx)$ を含む積分	477
2.20	エルミート多項式 $H_n(x)$	479
2.20.1	積分の一般形	480
2.20.2	$A(x) H_n(cx)$ の積分	486
2.20.3	$x^a e^{\varphi(x)} H_n(b+cx)$ の積分	486
2.20.4	$A(x) e^{-c^2 x^2} H_n(cx)$ の積分	489
2.20.5	$x^a e^{-\rho x^2} \left\{ \begin{matrix} \sin bx^m \\ \cos bx^m \end{matrix} \right\} H_n(cx)$ の積分	493
2.20.6	$x^a e^{-c^2 x^2} \ln^m \varphi(x) H_n(cx)$ の積分	493
2.20.7	$x^a e^{\varphi(x)} \text{Ei}(bx^m) H_n(cx)$ の積分	495
2.20.8	$x^a e^{-c^2 x^2} \left\{ \begin{matrix} \text{si}(bx^m) \\ \text{ci}(bx^m) \end{matrix} \right\} H_n(cx)$ の積分	496
2.20.9	$x^a \left\{ \begin{matrix} \text{erf}(a+bx) \\ \text{erfc}(a+bx) \end{matrix} \right\} H_n(cx)$ の積分	497
2.20.10	$x^a e^{\varphi(x)} \left\{ \begin{matrix} \text{erf}(\chi(x)) \\ \text{erfc}(\chi(x)) \end{matrix} \right\} H_n(cx)$ の積分	497
2.20.11	$x^a e^{-c^2 x^2} \left\{ \begin{matrix} S(bx^m) \\ C(bx^m) \end{matrix} \right\} H_n(cx)$ の積分	498
2.20.12	$x^a e^{-c^2 x^2} \left\{ \begin{matrix} \gamma(\mu, bx^m) \\ \Gamma(\mu, bx^m) \end{matrix} \right\} H_n(cx)$ の積分	499
2.20.13	$J_\mu(bx^{\pm m}) H_n(cx)$ を含む積分	499
2.20.14	$\left\{ \begin{matrix} Y_\mu(bx^{\pm m}) \\ K_\mu(bx^{\pm m}) \end{matrix} \right\} H_n(cx)$ を含む積分	500
2.20.15	$L_m^\lambda(bx^k) H_n(cx)$ を含む積分	501
2.20.16	$H_m(ax^k+b) H_n(cx+d)$ を含む積分	502
2.20.17	$\prod_{j=1}^m H_{n_j}(cx)$ ($m=3,4$) を含む積分	505
2.21	ゲーゲンバウアー多項式 $C_n^\lambda(x)$	506
2.21.1	積分の一般形	506
2.21.2	$(x \pm a)^\alpha (x^m \pm b^m)^\beta C_n^\lambda(\varphi(x))$ の積分	517
2.21.3	$\frac{A(x)}{x^m - y^m} C_n^\lambda(cx)$ の積分	521
2.21.4	$(x^m \pm a^m)^\alpha (b^m \pm x^m)^\beta (d^m \pm x^m)^\gamma C_n^\lambda(cx)$ の積分	523
2.21.5	$A(x) e^{-\rho x^{\pm m}} C_n^\lambda(cx)$ の積分	527
2.21.6	$A(x) e^{\varphi(x)} C_n^\lambda(cx)$ の積分	530
2.21.7	$A(x) \left\{ \begin{matrix} \sin \varphi(x) \\ \cos \varphi(x) \end{matrix} \right\} C_n^\lambda(cx)$ の積分	534
2.21.8	$A(x) \ln \varphi(x) C_n^\lambda(cx)$ の積分	537
2.21.9	$A(x) \text{Ei}(a+bx^m) C_n^\lambda(cx)$ の積分	538

2.21.10	$A(x) \begin{Bmatrix} \text{si}(\varphi(x)) \\ \text{ci}(\varphi(x)) \end{Bmatrix} C_n^\lambda(cx)$ の積分	539
2.21.11	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(\varphi(x)) \\ \text{erfc}(\varphi(x)) \end{Bmatrix} C_n^\lambda(cx)$ を含む積分	541
2.21.12	$\begin{Bmatrix} J_\nu(\varphi(x)) \\ I_\nu(\varphi(x)) \end{Bmatrix} C_n^\lambda(cx)$ を含む積分	544
2.21.13	$A(x) K_\nu(\varphi(x)) C_n^\lambda(cx)$ の積分	548
2.21.14	$A(x) P_m(bx) C_n^\lambda(cx)$ の積分	551
2.21.15	$A(x) P_m(\varphi(x)) C_n^\lambda(cx)$ の積分	555
2.21.16	$L_m^\gamma(a+bx^k) C_n^\lambda(cx)$ を含む積分	559
2.21.17	$H_m(\varphi(x)) C_n^\lambda(cx)$ を含む積分	560
2.21.18	$A(x) C_m^\gamma(bx) C_n^\lambda(cx)$ の積分	561
2.21.19	$C_m^\gamma(\varphi(x)) C_n^\lambda(cx)$ を含む積分	565
2.22	ヤコビ多項式 $P_n^{(\rho,\sigma)}(x)$	569
2.22.1	積分の一般形	570
2.22.2	$(x \pm a)^\alpha (b \pm x)^\beta P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	581
2.22.3	$\frac{x^k}{x-y} (x \pm a)^\alpha (b \pm x)^\beta P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	583
2.22.4	$(x \pm a)^\alpha (b \pm x)^\beta (d \pm x)^\gamma P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	585
2.22.5	$A(x) e^{-\rho x} P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	588
2.22.6	$A(x) e^{\varphi(x)} P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	589
2.22.7	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin \varphi(x) \\ \cos \varphi(x) \end{Bmatrix} P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	594
2.22.8	$A(x) \ln \varphi(x) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	596
2.22.9	$A(x) \text{Ei}(a+bx) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	597
2.22.10	$A(x) \begin{Bmatrix} \text{si}(b\sqrt{x+a}) \\ \text{ci}(b\sqrt{x+a}) \end{Bmatrix} P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	597
2.22.11	$\begin{Bmatrix} \text{erf}(\varphi(x)) \\ \text{erfc}(\varphi(x)) \end{Bmatrix} P_n^{(\rho,\sigma)}(\chi(x))$ を含む積分	598
2.22.12	$\begin{Bmatrix} J_\nu(\varphi(x)) \\ I_\nu(\varphi(x)) \end{Bmatrix} P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ を含む積分	600
2.22.13	$A(x) K_\nu(\varphi(x)) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	602
2.22.14	$A(x) e^{-bx} L_m^\gamma(a+bx) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	605
2.22.15	$A(x) e^{-b^2x} H_m(b\sqrt{x+a}) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	606
2.22.16	$C_m^\gamma(a+bx) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ を含む積分	606
2.22.17	$A(x) C_m^\gamma(b\sqrt{x+a}) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	610
2.22.18	$A(x) P_m^{(\lambda,\nu)}(a+bx) P_n^{(\rho,\sigma)}(cx)$ の積分	612
3章	多重積分	617
3.1	概 論	617
3.2	二重積分	617
3.2.1	一般公式	617
3.2.2	$\Gamma(x)$, $\text{Ei}(x)$, または $\text{erf}(x)$ を含む積分	617

3.2.3	放物柱関数 $D_\nu(x)$ を含む積分	619
3.2.4	ベッセル関数 $J_\nu(x)$ を含む積分	619
3.2.5	2個のベッセル関数 $J_\nu(x)$ を含む積分	622
3.2.6	3個のベッセル関数 $J_\nu(x)$ を含む積分	624
3.2.7	ノイマン関数 $Y_\nu(x)$ を含む積分	624
3.2.8	変形ベッセル関数 $I_\nu(x)$ を含む積分	624
3.2.9	2個の変形ベッセル関数 $I_\nu(x)$ を含む積分	627
3.2.10	マクドナルド関数 $K_\nu(x)$ を含む積分	628
3.2.11	ケルビン関数 $\text{ber}_\nu(x)$ または $\text{bei}_\nu(x)$ を含む積分	630
3.2.12	直交多項式を含む積分	631
3.3	三重積分	632
3.3.1	ガンマ関数 $\Gamma(x)$ を含む積分	632
3.3.2	ベッセル関数 $J_\nu(x)$ を含む積分	632
3.4	多重積分	633
3.4.1	ベッセル関数 $J_\nu(x)$ およびマクドナルド関数 $K_\nu(x)$ を含む積分	633
3.4.2	直交多項式を含む積分	633
4章	有限和	635
4.1	概論	635
4.2	ベッセル関数 $J_\nu(z)$, $I_\nu(z)$, ノイマン関数 $Y_\nu(z)$, およびマクドナルド関数 $K_\nu(z)$	635
4.2.1	$J_\nu(z)$ を含む和	635
4.2.2	$Y_\nu(z)$ を含む和	636
4.2.3	$I_\nu(z)$ を含む和	636
4.2.4	$K_\nu(z)$ を含む和	637
4.3	ルジャンドル多項式 $P_n(x)$	637
4.3.1	$\sum a_k P_{k_l+m}(x)$ の形の和	637
4.3.2	$\sum a_k \prod_i P_{k_{l_i+m_i}}(x)$ の形の和	638
4.4	ラゲール多項式 $L_n^\alpha(x)$	638
4.4.1	$\sum a_k L_{k_l+m}^{k\alpha+\beta}(x)$ の形の和	638
4.4.2	$\sum a_k \prod_i L_{k_{l_i+m_i}}^{k\alpha_i+\beta_i}(x_i)$ の形の和	639
4.5	エルミート多項式 $H_n(x)$	640
4.5.1	$\sum a_k H_{k_l+m}(\varphi(k)x)$ の形の和	640
4.5.2	$\sum a_k \prod_i H_{k_{l_i+m_i}}(x_i)$ の形の和	640
4.5.3	特殊関数および $H_n(x)$ を含む和	641
4.6	ゲーゲンバウアー多項式 $C_n^\nu(x)$	642
4.6.1	$\sum a_k C_k^\nu(\varphi(x))$ の形の和	642

4.6.2	$\sum a_k \prod C_{k_i}^{\nu_i}(x_i)$ の形の和	642
4.7	ヤコビ多項式 $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$	643
4.7.1	$\sum a_k P_k^{(\alpha \pm kl, \beta \pm km)}(x)$ の形の和	643
4.7.2	$\sum a_k \prod P_{k_i}^{(\alpha_i + \beta_i, \gamma_i + \delta_i)}(x_i)$ の形の和	644
5章	級 数	645
5.1	概 論	645
5.2	不完全ガンマ関数 $\gamma(\alpha, x)$, $\Gamma(\alpha, x)$	645
5.2.1	$\sum a_k \gamma(\alpha_k, x)$ の形の級数	645
5.2.2	$\sum \frac{t^k}{ka+b} \gamma(\alpha_k, x)$ の形の級数	645
5.2.3	$\sum a_k t^k \gamma(\alpha_k, x)$ の形の級数	646
5.2.4	$\gamma(\alpha_k, x)$ を含む様々な級数	647
5.2.5	$\sum a_k t^k \Gamma(\alpha_k, x)$ の形の級数	647
5.3	リーマンのツェータ関数 $\zeta(z)$	648
5.3.1	$\zeta(z)$ を含む級数	648
5.3.2	$\zeta(z)$ の積を含む級数	649
5.4	正弦積分 $\text{Si}(x)$ および余弦積分 $\text{ci}(x)$	649
5.4.1	$\text{Si}(x)$ を含む級数	649
5.4.2	$\text{ci}(x)$ を含む級数	650
5.5	誤差関数 $\text{erf}(x)$ および $\text{erfi}(x)$	650
5.5.1	$\text{erf}(x)$ を含む級数	650
5.5.2	$\text{erfi}(x)$ を含む級数	650
5.6	放物柱関数 $D_\nu(x)$	651
5.6.1	$\sum a_k D_{\nu \pm k}(x)$ の形の級数	651
5.6.2	$\sum a_k D_{nk}(x) D_{\nu - nk}(x)$ の形の級数	651
5.7	ベッセル関数 $J_\nu(z)$	651
5.7.1	$\sum (\pm 1)^k J_{\nu \pm nk}(z)$ の形の級数	651
5.7.2	$\sum (\pm 1)^k (ka+b)^m J_{nk+\nu}(z)$ の形の級数	653
5.7.3	$\sum \frac{P(k)}{Q(k)} J_{nk+\nu}(z)$ の形の級数	656
5.7.4	$\sum a_k J_{nk+\nu}(z)$ の形の様々な級数	657
5.7.5	$\sum (ka+b) t^k J_{nk+\nu}(z)$ の形の級数	569
5.7.6	$\sum \frac{t^k}{\Gamma(nk+\mu)} J_{k+\nu}(z)$ の形の級数	660
5.7.7	$\sum \frac{t^k}{k!(ka+b)^n} J_{k+\nu}(z)$ の形の級数	661
5.7.8	$\sum \frac{\Gamma(ka+b)}{\Gamma(kc+d)\Gamma(kc+f)} t^k J_{nk+\nu}(z)$ の形の級数	662

5.7.9	双曲線関数および $J_\nu(z)$ を含む級数	663
5.7.10	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin(ka+b) \\ \cos(ka+b) \end{Bmatrix} J_{nk+\nu}(z)$ の形の級数	663
5.7.11	$\sum (\pm 1)^k J_{\mu \pm nk}(w) J_{\nu \pm nk}(z)$ の形の級数	665
5.7.12	$\sum (\pm 1)^k (ka+b)^l J_{\mu \pm mk}(w) J_{\nu \pm nk}(z)$ の形の級数	666
5.7.13	$\sum \frac{P(k)}{Q(k)} J_{\mu \pm mk}(z) J_{\nu \pm nk}(z)$ の形の級数	669
5.7.14	$\sum a_k J_{\nu \pm mk}(z) J_{\nu \pm nk}(z)$ の形の様々な級数	670
5.7.15	$\sum a_k t^k J_{\mu \pm k}(w) J_{\nu \pm k}(z)$ の形の級数	673
5.7.16	3個以上の関数 $J_\nu(z)$ を含む級数	673
5.7.17	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin(ka+b) \\ \cos(ka+b) \end{Bmatrix} J_{mk+\mu}(w) J_{nk+\nu}(z)$ の形の級数	674
5.7.18	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin(ka+b) \\ \cos(ka+b) \end{Bmatrix} J_{\mu+k\nu}(z) J_{\mu-k\nu}(z)$ の形の級数	675
5.7.19	$\sum a_k J_\nu(kx)$ の形の級数	677
5.7.20	$\sum a_k J_\nu((2k+1)x)$ の形の級数	680
5.7.21	$\sum a_k J_{nk+\nu}(z\sqrt{ka+b})$ の形の級数	681
5.7.22	$\sum a_k J_\nu(x\sqrt{(ka+b)^2 \pm c^2})$ の形の級数	681
5.7.23	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin ka \\ \cos ka \end{Bmatrix} J_\nu(kx)$ の形の級数	682
5.7.24	$\sum a_k J_\mu(kx+a) J_\nu(ky+b)$ の形の級数	683
5.7.25	$\sum a_k J_{k+\mu}(z\sqrt{ka+b}) J_{k+\nu}(z\sqrt{ka+b})$ の形の級数	686
5.7.26	$\sum a_k J_\mu(x\sqrt{(ka+b)^2 + c^2}) J_\nu(x\sqrt{(ka+b)^2 + c^2})$ の形の級数	686
5.7.27	$\sum a_k J_\nu(\sqrt{k^2 x^2 + a^2 + kb_1 x + c_1}) J_\nu(\sqrt{k^2 x^2 + a^2 + kb_2 x + c_2})$ の形の級数	686
5.7.28	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin ka \\ \cos ka \end{Bmatrix} J_\mu(kx) J_\nu(ky)$ の形の級数	687
5.7.29	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin ka \\ \cos ka \end{Bmatrix} J_\nu(\varphi(kx)) J_\nu(\chi(kx))$ の形の級数	687
5.7.30	$\sum a_k J_{k\mu+\nu}(kz+b)$ の形の級数	687
5.7.31	$\sum a_k J_{k\mu_1+\nu_1}(kz+b_1) J_{k\mu_2+\nu_2}(kz+b_2)$ の形の級数	689
5.7.32	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin ka \\ \cos ka \end{Bmatrix} J_k(kz)$ の形の級数	689
5.7.33	ベッセル関数 $J_\nu(z)$ の零点を含む級数	690
5.8	変形ベッセル関数 $I_\nu(z)$	691
5.8.1	$\sum a_k I_{\nu \pm nk}(z)$ の形の級数	691
5.8.2	$\sum a_k \frac{(b)_k}{(c)_k} I_{nk+\nu}(z)$ の形の級数	693
5.8.3	$\sum a_k t^k I_{\nu \pm nk}(z)$ の形の級数	694
5.8.4	双曲線関数および $I_\nu(z)$ を含む級数	695
5.8.5	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin(ka+b) \\ \cos(ka+b) \end{Bmatrix} I_{\mu \pm k\nu}(z)$ の形の級数	695
5.8.6	$\sum a_k I_{\mu+k\nu}(w) I_{\rho+k\sigma}(z)$ の形の級数	696
5.8.7	$\sum a_k \begin{Bmatrix} \sin(ka+b) \\ \cos(ka+b) \end{Bmatrix} I_{\mu \pm k\nu}(w) I_{\rho \pm k\sigma}(z)$ の形の級数	696

5.9	ベッセル関数 $J_\nu(z)$, $I_\nu(z)$, ノイマン関数 $Y_\nu(z)$, および マクドナルド関数 $K_\nu(z)$ を含む様々な級数	697
5.9.1	$\sum a_k Y_{k\mu+\nu}(kx+y)$ および $\sum a_k K_{k\mu+\nu}(kx+y)$ の形の級数	697
5.9.2	関数 $J_\nu(z)$, $Y_\nu(z)$, $I_\nu(z)$, $K_\nu(z)$ の積を含む級数	698
5.10	ルジャンドル多項式 $P_n(x)$	700
5.10.1	$\sum a_k P_{nk+m}(x)$ の形の級数	700
5.10.2	$\sum a_k \prod_i P_k(x_i)$ の形の級数	702
5.10.3	特殊関数および $P_n(x)$ を含む級数	702
5.11	ラゲール多項式 $L_n^a(x)$	703
5.11.1	$\sum a_k L_{k+n}^a(x)$ の形の級数	703
5.11.2	$\sum a_k t^k L_{k+n}^a(ka+x)$ の形の級数	704
5.11.3	$\sum a_k L_{k+n}^a(x) L_k^\beta(y)$ の形の級数	705
5.11.4	$\sum a_k L_{nk+m}^{a+\beta}(x)$ の形の級数	705
5.11.5	$\sum a_k L_{n_1 k+m_1}^{a_1 k+\beta_1}(x) L_{n_2 k+m_2}^{a_2 k+\beta_2}(y)$ の形の級数	707
5.11.6	特殊関数および $L_n^a(x)$ を含む級数	707
5.12	エルミート多項式 $H_n(x)$	707
5.12.1	$\sum a_k H_{nk+m}(\varphi(k, x))$ の形の級数	707
5.12.2	$\sum a_k \prod_i H_{n_i k+m_i}(x_i)$ の形の級数	710
5.12.3	特殊関数および $H_n(x)$ を含む級数	710
5.13	ゲーゲンバウアー多項式 $C_n^\nu(x)$	711
5.13.1	$\sum a_k C_{nk+m}^\nu(\varphi(k, x))$ の形の級数	711
5.13.2	$\sum a_k t^k C_k^\mu(x) C_k^\nu(y)$ の形の級数	712
5.13.3	特殊関数および $C_n^\nu(x)$ を含む級数	712
5.14	ヤコビ多項式 $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$	713
5.14.1	$\sum a_k P_{nk+m}^{(\alpha, \beta)}(x)$ の形の級数	713
5.14.2	$\sum a_k P_{nk+m}^{(\alpha, \beta-k\gamma)}(x)$ の形の級数	714
5.14.3	$\sum a_k P_{nk+m}^{(\alpha+k\mu, \beta+k\nu)}(x)$ の形の級数	716
5.14.4	$\sum a_k P_k^{(\alpha+k\beta, \mu+k\nu)}(x) P_{k+n}^{(\rho+k\sigma, \lambda+k\eta)}(x)$ の形の級数	717
5.14.5	特殊関数および $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ を含む級数	717
付録 I	二項係数 $\binom{a}{b}$ およびポツホハンマー記号 $(a)_k$	719
I.1	二項係数 $\binom{a}{b}$	719
I.2	ポツホハンマー記号 $(a)_k$	719
付録 II	特殊関数およびその性質	720
II.1	ガンマ関数 $\Gamma(z)$	720
II.2	ベータ関数 $B(a, b)$	721
II.3	プサイ関数 $\psi(z)$	722
II.4	リーマンのツェータ関数 $\zeta(z)$ および $\zeta(z, \nu)$	723

II.5 指数積分 $Ei(z)$, 正弦積分 $si(z)$, $Si(z)$, $shi(z)$, および 余弦積分 $ci(z)$, $chi(z)$ —————	724
II.6 誤差関数 $erf(z)$, $erfc(z)$, $erfi(z)$, およびフレネル積分 $S(z)$, $C(z)$, $S(z, \nu)$, $C(z, \nu)$ —————	725
II.7 不完全ガンマ関数 $\gamma(\nu, z)$, $\Gamma(\nu, z)$ —————	726
II.8 放物柱関数 $D_\nu(z)$ —————	727
II.9 ベッセル関数 $J_\nu(z)$, ノイマン関数 $Y_\nu(z)$, および ハンケル関数 $H_\nu^{(1)}(z)$, $H_\nu^{(2)}(z)$ —————	727
II.10 変形ベッセル関数 $I_\nu(z)$, およびマクドナルド関数 $K_\nu(z)$ —————	729
II.11 ルジャンドル $P_n(z)$, チェビシエフ $T_n(z)$, $U_n(z)$, ラゲール $L_n(z)$, $L_n^\lambda(z)$, エルミート $H_n(z)$, ゲーゲンバウアー $C_n^\lambda(z)$, およびヤコビ $P_n^{(\rho, \sigma)}(z)$ の直交多項式—————	731
文献一覽—————	741
関数および定数の索引—————	743
数学記号索引—————	750