



# 目 次

1章 不定積分	23
1.1 概 論	23
1.1.1 はじめに	23
1.1.2 基礎的な積分	23
1.1.3 一般公式	24
1.2 べき乗関数と代数関数	24
1.2.1 概 論	24
1.2.2 $\int x^p(ax^r+b)^q dx$ の形の積分	27
1.2.3 $\int \frac{x^m dx}{x^n \pm a^n}$ の形の積分	28
1.2.4 $\int \frac{x^p dx}{(x+a)^q}$ の形の積分	29
1.2.5 $\int \frac{dx}{x^p(x+a)^q}$ の形の積分	31
1.2.6 $\int (x+c)^p \left(\frac{x+a}{x+b}\right)^q dx$ の形の積分	32
1.2.7 $\int \frac{x^p dx}{(x+a)^q(x+b)^r}$ の形の積分	33
1.2.8 $\int R(x, ax^2+bx+c) dx$ の形の積分	35
1.2.9 $\int R(x+d, ax^2+bx+c) dx$ の形の積分	38
1.2.10 $\int \frac{x^m dx}{(x^2 \pm a^2)^n}$ の形の積分	39
1.2.11 $\int \frac{dx}{x^m(x^2 \pm a^2)^n}$ の形の積分	42
1.2.12 $\int \frac{x^{\pm m} dx}{(x^3 + a^3)^n}$ の形の積分	43
1.2.13 $\int \frac{x^{\pm m} dx}{(x^4 \pm a^4)^n}, \int \frac{x^{\pm m} dx}{(ax^4 + bx^2 + c)^n}$ の形の積分	44
1.2.14 $\int R(x, ax^{2k} + bx^k + c) dx$ の形の積分	47
1.2.15 $\int R(x^{1/2}, ax+b) dx$ の形の積分	48
1.2.16 $\int R(x^{1/2}, x^2 \pm a^2) dx$ の形の積分	49
1.2.17 $\int x^{\pm m} (ax+b)^{n+1/2} dx$ の形の積分	49

1.2.18	$\int \frac{x^m dx}{(ax+b)^{n+1/2}}$ の形の積分	51
1.2.19	$\int \frac{dx}{x^m (ax+b)^{n+1/2}}$ の形の積分	52
1.2.20	$\int R(x, \sqrt{ax+b}, \sqrt{cx+d}) dx$ の形の積分	52
1.2.21	$\int R(x, \sqrt[n]{ax+b}) dx$ の形の積分	55
1.2.22	$\int R(x, (ax+b)^{p/n}) dx$ の形の積分	55
1.2.23	$\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx$ の形の積分	56
1.2.24	$\int R(x^{1/n}, x^2 \pm a^2) dx$ の形の積分	57
1.2.25	$\int_a^x R(\sqrt{x-a}, \sqrt{x-b}, \sqrt{x-c}) dx$ の形の積分	57
1.2.26	$\int_x^\infty R(\sqrt{x-a}, \sqrt{x-b}, \sqrt{x-c}) dx$ の形の積分	59
1.2.27	$\int_x^a R(\sqrt{a-x}, \sqrt{x-b}, \sqrt{x-c}) dx$ の形の積分	61
1.2.28	$\int_b^x R(\sqrt{a-x}, \sqrt{x-b}, \sqrt{x-c}) dx$ の形の積分	63
1.2.29	$\int_x^b R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{x-c}) dx$ の形の積分	64
1.2.30	$\int_c^x R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{x-c}) dx$ の形の積分	66
1.2.31	$\int_x^c R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{c-x}) dx$ の形の積分	68
1.2.32	$\int_{-\infty}^x R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{c-x}) dx$ の形の積分	70
1.2.33	$\int_a^x R(\sqrt{x-a}, \sqrt{x-b}, \sqrt{x-c}, \sqrt{x-d}) dx$ の形の積分	72
1.2.34	$\int_x^a R(\sqrt{a-x}, \sqrt{x-b}, \sqrt{x-c}, \sqrt{x-d}) dx$ の形の積分	74
1.2.35	$\int_b^x R(\sqrt{a-x}, \sqrt{x-b}, \sqrt{x-c}, \sqrt{x-d}) dx$ の形の積分	76
1.2.36	$\int_x^b R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{x-c}, \sqrt{x-d}) dx$ の形の積分	78
1.2.37	$\int_c^x R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{x-c}, \sqrt{x-d}) dx$ の形の積分	80
1.2.38	$\int_x^c R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{c-x}, \sqrt{x-d}) dx$ の形の積分	82
1.2.39	$\int_d^x R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{c-x}, \sqrt{x-d}) dx$ の形の積分	84
1.2.40	$\int_x^d R(\sqrt{a-x}, \sqrt{b-x}, \sqrt{c-x}, \sqrt{d-x}) dx$ の形の積分	86
1.2.41	$\int x^m (x^2 \pm a^2)^{n+1/2} dx$ の形の積分	88
1.2.42	$\int \frac{(x^2 \pm a^2)^{n+1/2}}{x^m} dx$ の形の積分	89
1.2.43	$\int \frac{x^m dx}{(x^2 \pm a^2)^{n+1/2}}$ の形の積分	91

1.2.44	$\int \frac{dx}{x^m (x^2 \pm a^2)^{n+1/2}}$ の形の積分	92
1.2.45	$\int \frac{dx}{(x+b)^n \sqrt{x^2 \pm a^2}}, \int \frac{dx}{(x^2 \pm b^2) \sqrt{x^2 \pm a^2}}$ の形の積分	93
1.2.46	$\int x^m (a^2 - x^2)^{n+1/2} dx$ の形の積分	95
1.2.47	$\int \frac{(a^2 - x^2)^{n+1/2}}{x^m} dx$ の形の積分	96
1.2.48	$\int \frac{x^m dx}{(a^2 - x^2)^{n+1/2}}$ の形の積分	97
1.2.49	$\int \frac{dx}{x^m (a^2 - x^2)^{n+1/2}}$ の形の積分	98
1.2.50	$\int \frac{dx}{(x^m \pm b^m)^n \sqrt{a^2 - x^2}}, \int \frac{dx}{(x^2 \pm b^2) (a^2 - x^2)^{n+1/2}}$ の形の積分	99
1.2.51	$\int x^{\pm m} (ax^2 + bx + c)^{n+1/2} dx$ の形の積分	100
1.2.52	$\int \frac{x^{\pm m} dx}{(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}$ の形の積分	102
1.2.53	$\int R(x+p, ax^2 + bx + c) dx$ の形の積分	104
1.2.54	$\int f(x, \sqrt{x^2 - x + 1}) dx$ の形の積分	106
1.2.55	$\int_0^x R(x, \sqrt{x^2 + a^2}, \sqrt{x^2 + b^2}) dx$ の形の積分	107
1.2.56	$\int_x^\infty R(x, \sqrt{x^2 + a^2}, \sqrt{x^2 + b^2}) dx$ の形の積分	109
1.2.57	$\int_b^x R(x, \sqrt{x^2 + a^2}, \sqrt{x^2 - b^2}) dx$ の形の積分	110
1.2.58	$\int_x^\infty R(x, \sqrt{x^2 + a^2}, \sqrt{x^2 - b^2}) dx$ の形の積分	112
1.2.59	$\int_0^x R(x, \sqrt{x^2 + a^2}, \sqrt{b^2 - x^2}) dx$ の形の積分	113
1.2.60	$\int_x^b R(x, \sqrt{x^2 + a^2}, \sqrt{b^2 - x^2}) dx$ の形の積分	114
1.2.61	$\int_a^x R(x, \sqrt{x^2 - a^2}, \sqrt{x^2 - b^2}) dx$ の形の積分	116
1.2.62	$\int_x^\infty R(x, \sqrt{x^2 - a^2}, \sqrt{x^2 - b^2}) dx$ の形の積分	117
1.2.63	$\int_x^a R(x, \sqrt{a^2 - x^2}, \sqrt{x^2 - b^2}) dx$ の形の積分	118
1.2.64	$\int_b^x R(x, \sqrt{a^2 - x^2}, \sqrt{x^2 - b^2}) dx$ の形の積分	119
1.2.65	$\int_0^x R(x, \sqrt{a^2 - x^2}, \sqrt{b^2 - x^2}) dx$ の形の積分	121
1.2.66	$\int_x^b R(x, \sqrt{a^2 - x^2}, \sqrt{b^2 - x^2}) dx$ の形の積分	122
1.2.67	$\int R(x, \sqrt{(x^2 + \rho^2)(x^2 + \bar{\rho}^2)}) dx$ の形の積分	123
1.2.68	$\int R(x, \sqrt{x^3 + 1}) dx$ の形の積分	124
1.2.69	$\int R(x, \sqrt{x^3 - 1}) dx$ の形の積分	125

1.2.70	$\int R(x, \sqrt{1-x^3}) dx$ の形の積分	126
1.7.71	$\int R(x, \sqrt{x^4+1}) dx$ の形の積分	128
1.2.72	$\int R(x, \sqrt{\pm x^4 \mp 1}) dx$ の形の積分	129
1.2.73	$\int f(x, \sqrt{x+x^4}) dx$ の形の積分	130
1.2.74	$\int R(x, \sqrt{x-x^4}) dx$ の形の積分	130
1.2.75	$\int R(x, \sqrt{x^4+2b^2x^2+a^4}) dx$ の形の積分	131
1.2.76	$\int R(x, \sqrt{x^6+1}) dx$ の形の積分	132
1.2.77	$\int R(x, \sqrt{1-x^6}) dx$ の形の積分	133
1.2.78	$\int R(x, \sqrt[3]{x^2 \pm 1}) dx$ の形の積分	134
1.2.79	$\int R(x, \sqrt[4]{x^2 \pm 1}) dx, \int R(x, \sqrt[4]{1-x^2}) dx$ の形の積分	134
1.2.80	$\int R(\sqrt[4]{\pm(x-a)}, \sqrt[4]{x-b}) dx$ の形の積分	136
1.2.81	$\int R(\sqrt[4]{x^4+1}) dx$ の形の積分	136
<b>1.3</b>	<b>指数関数</b>	136
1.3.1	$\int f(e^{ax}) dx$ の形の積分	136
1.3.2	$\int f(x, e^{ax}) dx$ の形の積分	137
1.3.3	$\int f(x, e^{-a^2x^2}) dx$ の形の積分	139
<b>1.4</b>	<b>双曲線関数</b>	141
1.4.1	概 論	141
1.4.2	$\int \text{sh}^p x dx, \int \text{ch}^p x dx$ の形の積分	141
1.4.3	$\int \text{sh}^p x \text{ch}^q x dx$ の形の積分	142
1.4.4	$\int \frac{\text{sh}^p x}{\text{ch}^q x} dx, \int \frac{\text{ch}^q x}{\text{sh}^p x} dx$ の形の積分	144
1.4.5	$\int \frac{dx}{\text{sh}^p x \text{ch}^q x}$ の形の積分	146
1.4.6	$\int \text{th}^p x dx, \int \text{cth}^p x dx$ の形の積分	147
1.4.7	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \text{th } x, \text{cth } x) dx$ の形の積分	147
1.4.8	$\int R(\text{sh}(ax+b), \text{ch}(cx+d)) dx$ の形の積分	151
1.4.9	$\int \text{sh}^p x \left\{ \begin{matrix} \text{sh } ax \\ \text{ch } ax \end{matrix} \right\} dx, \int \text{ch}^p x \left\{ \begin{matrix} \text{sh } ax \\ \text{ch } ax \end{matrix} \right\} dx$ の形の積分	151

1.4.10	$\int R(\text{sh } 2ax, \text{ch } 2ax, \sqrt{\text{sh } 2ax}) dx$ の形の積分	153
1.4.11	$\int R(\text{sh } 2ax, \text{ch } 2ax, \sqrt{\text{ch } 2ax}) dx$ の形の積分	154
1.4.12	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \sqrt{a+b \text{sh } x}) dx$ の形の積分	155
1.4.13	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \sqrt{b \text{ch } x - a}) dx (b > a > 0)$ の形の積分	156
1.4.14	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \sqrt{b \text{ch } x - a}) dx (a > b > 0)$ の形の積分	156
1.4.15	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \sqrt{a - b \text{ch } x}) dx$ の形の積分	157
1.4.16	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \sqrt{a + b \text{ch } x}) dx$ の形の積分	158
1.4.17	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \sqrt{a^2 \text{sh}^2 x \pm b^2}, \sqrt{b^2 - a^2 \text{sh}^2 x},$ $\sqrt{a^2 \text{ch}^2 x \pm b^2}, \sqrt{b^2 - a^2 \text{ch}^2 x}) dx$ の形の積分	159
1.4.18	$\int R(\text{sh } x, \text{ch } x, \sqrt{a \text{sh } x + b \text{ch } x}) dx$ の形の積分	160
1.4.19	$\int \sqrt{\text{th } x} dx, \int \sqrt{\text{cth } x} dx$ の形の積分	160
1.4.20	$\int x^p \left\{ \frac{\text{sh } x}{\text{ch } x} \right\}^q dx$ の形の積分	161
1.4.21	$\int \frac{1}{x^p} \left\{ \frac{\text{sh } x}{\text{ch } x} \right\}^q dx$ の形の積分	162
1.4.22	$\int x^p \left\{ \frac{\text{th } x}{\text{cth } x} \right\}^m dx$ の形の積分	163
1.4.23	$\int x^r \text{sh}^p x \text{ch}^q x dx$ の形の積分	164
1.4.24	$\int \frac{x^p}{\text{sh}^q x} dx, \int \frac{x^p}{\text{ch}^q x} dx$ の形の積分	164
1.4.25	$\int R\left(x^p, \left\{ \frac{\text{sh } x}{\text{ch } x} \right\}, a + b \left\{ \frac{\text{sh } x}{\text{ch } x} \right\}\right) dx$ の形の積分	166
1.4.26	$\int (bx + c)^{\pm n} \left\{ \frac{\text{sh } ax}{\text{ch } ax} \right\} dx$ の形の積分	166
1.4.27	$\int R(x, e^{ax}, \text{sh } bx, \text{ch } bx) dx$ の形の積分	167
<b>1.5</b>	<b>三角関数</b>	168
1.5.1	概論	168
1.5.2	$\int \sin^p x dx$ の形の積分	169
1.5.3	$\int \cos^p x dx$ の形の積分	170
1.5.4	$\int \sin^p x \cos^q x dx$ の形の積分	172
1.5.5	$\int \frac{\sin^p x}{\cos^q x} dx$ の形の積分	174
1.5.6	$\int \frac{\cos^q x}{\sin^p x} dx$ の形の積分	176

1.5.7	$\int \frac{dx}{\sin^p x \cos^q x}$ の形の積分	178
1.5.8	$\int \operatorname{tg}^p x dx, \int \operatorname{ctg}^p x dx$ の形の積分	179
1.5.9	$\int R(\sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x) dx$ の形の積分	180
1.5.10	$\int \left\{ \frac{\sin(ax+b)\sin(cx+d)}{\cos(ax+b)\cos(cx+d)} \right\} dx, \int \sin(ax+b)\cos(cx+d) dx$ の形の積分	185
1.5.11	$\int \sin^p x \sin ax dx$ の形の積分	185
1.5.12	$\int \sin^p x \cos ax dx$ の形の積分	186
1.5.13	$\int \cos^p x \sin ax dx$ の形の積分	187
1.5.14	$\int \cos^p x \cos ax dx$ の形の積分	188
1.5.15	$\int \left\{ \frac{\sin x}{\cos x} \right\}^m \left\{ \frac{\sin nx}{\cos nx} \right\}^{-1} dx$ の形の積分	189
1.5.16	$\int R(\sin ax, \cos ax, \sqrt{\sin 2ax}) dx$ の形の積分	190
1.5.17	$\int R(\sin ax, \cos ax, \sqrt{\cos 2ax}) dx$ の形の積分	192
1.5.18	$\int R(\sin ax, \cos ax, \sqrt{-\cos 2ax}) dx$ の形の積分	194
1.5.19	$\int R(\sin x, \cos x, \sqrt{a \pm b \sin x}) dx$ の形の積分	195
1.5.20	$\int R(\sin x, \cos x, \sqrt{a \pm b \cos x}) dx$ の形の積分	197
1.5.21	$\int R(\sin x, \cos x, \sqrt{a + b \sin x + c \cos x}) dx$ の形の積分	199
1.5.22	$\int R(\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}) dx$ の形の積分	200
1.5.23	$\int R(\sin x, \sqrt{1-k^2 \sin^2 x}) dx$ の形の積分	200
1.5.24	$\int R(\cos x, \sqrt{1-k^2 \sin^2 x}) dx$ の形の積分	202
1.5.25	$\int \sin^m x \cos^n x \sqrt{(1-k^2 \sin^2 x)^p} dx$ の形の積分	204
1.5.26	$\int \frac{\sin^m x}{\cos^n x} \sqrt{1-k^2 \sin^2 x} dx$ の形の積分	206
1.5.27	$\int \frac{\sin^p x \cos^q x}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 x)^r}} dx$ の形の積分	207
1.5.28	$\int \frac{\sin^p x}{\cos^q x} \frac{dx}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 x)^r}}, \int \frac{\cos^p x}{\sin^q x} \frac{dx}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 x)^r}}$ の形の積分	209
1.5.29	$\int \frac{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 x)^r}}{\sin^m x \cos^n x} dx$ の形の積分	211
1.5.30	$\int \frac{dx}{\sin^m x \cos^n x \sqrt{(1-k^2 \sin^2 x)^r}}$ の形の積分	211
1.5.31	$\int R(\sin x, \cos x, \sqrt{1-p^2 \sin^2 x}, \sqrt{1-q^2 \sin^2 x}) dx$ の形の積分	212
1.5.32	$\int \frac{(a+\sin x)^p}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}} dx$ の形の積分	213

1.5.33	$\int \frac{(1+a \sin^2 x)^p}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}} dx$ の形の積分	214
1.5.34	$\int \frac{(a+\cos x)^p}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}} dx$ の形の積分	216
1.5.35	$\int \frac{(a+\operatorname{tg} x)^p}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}} dx$ の形の積分	217
1.5.36	$\int R(\sin x, \cos x, \sqrt{1-p^2 \sin^2 x}) dx$ の形の積分	218
1.5.37	$\int R(\sin x, \cos x, \sqrt{1+p^2 \sin^2 x}) dx$ の形の積分	219
1.5.38	$\int R(\sin x, \cos x, \sqrt{a^2 \sin^2 x - 1}) dx$ の形の積分	220
1.5.39	$\int f(\operatorname{tg} x) dx, \int f(\operatorname{ctg} x) dx$ の形の積分	221
1.5.40	$\int x^p \left\{ \frac{\sin x}{\cos x} \right\}^q dx$ の形の積分	223
1.5.41	$\int \frac{1}{x^p} \left\{ \frac{\sin x}{\cos x} \right\}^q dx$ の形の積分	225
1.5.42	$\int x^p \left\{ \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x} \right\}^q dx$ の形の積分	226
1.5.43	$\int x^r \sin^p x \cos^q x dx$ の形の積分	227
1.5.44	$\int \frac{x^p dx}{\sin^q x}$ の形の積分	228
1.5.45	$\int \frac{x^p dx}{\cos^q x}$ の形の積分	229
1.5.46	$\int R(x^p, \sin x, \cos x, a+b \sin x+c \cos x) dx$ の形の積分	230
1.5.47	$\int \frac{x \sin^m x \cos^n x}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 x)^r}} dx$ の形の積分	231
1.5.48	$\int (x+b)^{\pm n} \left\{ \frac{\sin ax}{\cos ax} \right\} dx$ の形の積分	231
1.5.49	$\int e^{ax} \sin^p x \cos^q x dx$ の形の積分	232
1.5.50	$\int e^{ax} \left\{ \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x} \right\}^p dx$ の形の積分	234
1.5.51	$\int R(x, e^{ax}, \sin bx, \cos bx) dx$ の形の積分	234
1.5.52	$\int \left\{ \frac{\operatorname{sh}(ax+b)}{\operatorname{ch}(ax+b)} \right\}^m \left\{ \frac{\sin(cx+d)}{\cos(cx+d)} \right\}^n dx$ の形の積分	235
1.5.53	$\int x^p \left\{ \frac{\sin x^2}{\cos x^2} \right\} dx$ の形の積分	240
<b>1.6</b>	<b>対数関数</b>	240
1.6.1	$\int x^p \ln^q x dx$ の形の積分	240
1.6.2	$\int \frac{x^p dx}{\ln^q x}$ の形の積分	242
1.6.3	$\int (x+a)^q \ln x dx$ の形の積分	242



1.6.4	$\int \frac{x^m \ln x}{(a^2 \pm x^2)^{n/2}} dx$ の形の積分	243
1.6.5	$\int x^p \ln(ax+b) dx$ の形の積分	243
1.6.6	$\int x^{\pm m} \ln \frac{x+a}{x-a} dx$ の形の積分	245
1.6.7	$\int x^{\pm m} \ln(x^2 \pm a^2) dx$ の形の積分	245
1.6.8	$\int x^{\pm m} \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) dx$ の形の積分	247
1.6.9	$\int \frac{x^p}{\sqrt{x^2 \pm 1}} \ln(x + \sqrt{x^2 \pm 1}) dx, \int \ln^p(x + \sqrt{x^2 \pm 1}) dx$ の形の積分	248
1.6.10	$\int f(x, \ln x, e^{ax}, \sin x, \cos x, \dots) dx$ の形の積分	249
1.6.11	$\int \frac{\ln(ax+b) \ln(cx+d)}{fx+g} dx$ の形の積分	251
<b>1.7</b>	<b>逆三角関数</b>	<b>253</b>
1.7.1	概 論	253
1.7.2	$\int \left\{ \begin{array}{l} \arcsin(x/a) \\ \arccos(x/a) \end{array} \right\}^n dx$ の形の積分	253
1.7.3	$\int x^{\pm n} \left\{ \begin{array}{l} \arcsin x \\ \arccos x \end{array} \right\} dx$ の形の積分	254
1.7.4	$\int (1 \pm x)^{\pm n+1/2} \left\{ \begin{array}{l} \arcsin x \\ \arccos x \end{array} \right\} dx$ の形の積分	255
1.7.5	$\int x^p (1-x^2)^{q+1/2} \left\{ \begin{array}{l} \arcsin x \\ \arccos x \end{array} \right\}^r dx$ の形の積分	256
1.7.6	$\int x^p \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arcsec}(x/a) \\ \operatorname{arccosec}(x/a) \end{array} \right\} dx$ の形の積分	259
1.7.7	$\int (x \pm 1)^{\pm n+1/2} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arcsec} x \\ \operatorname{arccosec} x \end{array} \right\} dx$ の形の積分	261
1.7.8	$\int x^m (x^2-1)^{\pm n+1/2} \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arcsec} x \\ \operatorname{arccosec} x \end{array} \right\} dx$ の形の積分	262
1.7.9	$\int x^p \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arctg}(x/a) \\ \operatorname{arcctg}(x/a) \end{array} \right\} dx$ の形の積分	264
1.7.10	$\int x^p (x^2+a^2)^q \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arctg}(x/a) \\ \operatorname{arcctg}(x/a) \end{array} \right\}^r dx$ の形の積分	266
<b>1.8</b>	<b>逆双曲線関数</b>	<b>268</b>
<b>2章</b>	<b>定 積 分</b>	<b>270</b>
<b>2.1</b>	<b>概 論</b>	<b>270</b>
2.1.1	はじめに	270
2.1.2	一般公式	271
<b>2.2</b>	<b>べき乗関数と代数関数</b>	<b>279</b>
2.1.1	概 論	279

2.2.2	積分の一般形	279
2.2.3	$(x^\mu \mp a^\mu)^\rho$ および $(a^\mu - x^\mu)^\rho$ の積分	295
2.2.4	$x^\alpha (a^\mu \pm x^\mu)^\rho$ の積分	296
2.2.5	$(a^\mu \pm x^\mu)^\rho (b^\nu \mp x^\nu)^\sigma$ の積分	298
2.2.6	$\prod_{k=1}^3 (a_k \pm x)^{\rho_k}$ の積分	301
2.2.7	$\prod_{k=1}^3 (a_k^{\mu_k} \pm x^{\mu_k})^{\rho_k}$ の積分	304
2.2.8	$\prod_{k=1}^n (a_k^{\mu_k} \pm x^{\mu_k})^{\rho_k} (n \geq 4)$ の積分	306
2.2.9	$x^\alpha (ax^2 + bx + c)^\rho A(x)$ の積分	308
2.2.10	$x^\alpha (ax^4 + 2bx^2 + c)^\rho A(x)$ の積分	313
2.2.11	$A(\sqrt{ax^2 + bx + c})$ を含む積分	313
2.2.12	代数関数の差を含む積分	317
<b>2.3</b>	<b>指数関数</b>	<b>318</b>
2.3.1	概論	318
2.3.2	積分の一般形	318
2.3.3	$x^\alpha e^{-\rho x}$ の積分	322
2.3.4	$(x \pm a)^\rho e^{-\rho x}$ の積分	322
2.3.5	$(x^n \pm a^n)^\rho e^{-\rho x}$ の積分	323
2.3.6	$x^\alpha (x \pm a)^\rho e^{-\rho x}$ の積分	324
2.3.7	$x^\alpha (x^2 \pm a^2)^\rho e^{-\rho x}$ および $x^\alpha (a^2 - x^2)^\rho e^{-\rho x}$ の積分	326
2.3.8	$x^\alpha \prod_k (a_k^{\mu_k} \pm x^{\mu_k})^{\rho_k} e^{-\rho x}$ の積分	328
2.3.9	$x^\alpha (\sqrt{x+z} + ax^\mu + bz^\mu)^\rho e^{-\rho x}$ の積分	329
2.3.10	$x^\alpha (\sqrt{x^2+z^2} + ax + bz)^\rho e^{-\rho x}$ の積分	329
2.3.11	$x^\alpha [(\sqrt{ax^\mu + b} \pm \sqrt{cx^\nu + d})^\rho \pm (\sqrt{ax^\mu + b} \mp \sqrt{cx^\nu + d})^\rho] e^{-\rho x}$ の積分	330
2.3.12	$x^\alpha (e^{qx} + z)^\lambda e^{-\rho x}$ の積分	333
2.3.13	$x^\alpha (e^{qx} - z)^\lambda e^{-\rho x}$ の積分	337
2.3.14	$(ae^{-qx} + be^{qx} + c)^{-1} f(x)$ の積分	341
2.3.15	$A(x) e^{-\rho x^2 - qx}$ の積分	343
2.3.16	$A(x) e^{-\rho x - q/x}$ の積分	344
2.3.17	$A(x) e^{-b\sqrt{x^2 \pm a^2} - \rho x}$ の積分	345
2.3.18	$e^{g(x)} f(x)$ の積分	346
2.3.19	代数関数と指数関数の差を含む積分	347
<b>2.4</b>	<b>双曲線関数</b>	<b>349</b>
2.4.1	概論	349
2.4.2	積分の一般形	350
2.4.3	$A(x) \left\{ \begin{array}{l} \text{sh } bx \\ \text{ch } bx \end{array} \right\}^\sigma$ の積分	351
2.4.4	$\prod_k \left\{ \begin{array}{l} \text{sh } b_k x \\ \text{ch } b_k x \end{array} \right\}$ の積分	353
2.4.5	$A(x) \prod_k \left\{ \begin{array}{l} \text{sh } b_k x \\ \text{ch } b_k x \end{array} \right\}$ の積分	354

2.4.6	$(a + b \operatorname{ch}^n bx + c \operatorname{sh}^n bx) \prod_k \left\{ \frac{\operatorname{sh} c_k x}{\operatorname{ch} c_k x} \right\}$ の積分	356
2.4.7	$A(x) (a + b \operatorname{ch}^n bx + c \operatorname{sh}^n bx) \prod_k \left\{ \frac{\operatorname{sh} c_k x}{\operatorname{ch} c_k x} \right\}$ の積分	359
2.4.8	$A(x) \operatorname{ch} bx \left\{ \frac{\operatorname{sh} \sqrt{a^2 - x^2}}{\operatorname{ch} \sqrt{a^2 - x^2}} \right\}$ の積分	360
2.4.9	$\operatorname{th} ax, \operatorname{cth} ax$ , および双曲線関数と代数関数の差を含む積分	361
2.4.10	$x^a e^{-px} \left\{ \frac{\operatorname{sh} bx}{\operatorname{ch} bx} \right\}^\sigma$ の積分	361
2.4.11	$e^{-px}$ および双曲線関数の積分	363
2.4.12	$A(x), e^{-px}$ , および双曲線関数の積分	364
2.4.13	$x^a (e^x + a)^\rho e^{-px} \left\{ \frac{\operatorname{sh} bx}{\operatorname{ch} bx} \right\}$ の積分	365
2.4.14	$x^a e^{-px} \left\{ \frac{b + \operatorname{sh} ax}{b + \operatorname{ch} ax} \right\}^\sigma$ の積分	366
2.4.15	$x^a e^{-ax^2 - cx} \left\{ \frac{\operatorname{sh} bx}{\operatorname{ch} bx} \right\}$ の積分	367
2.4.16	$A(x) \exp(-p\sqrt{x^2 + z^2}) \left\{ \frac{\operatorname{sh} ax}{\operatorname{ch} ax} \right\}$ の積分	369
2.4.17	$x^a e^{f(x)} \left\{ \frac{\operatorname{sh} bx}{\operatorname{ch} bx} \right\}$ の積分	369
2.4.18	$f(x) \exp \left\{ \frac{\operatorname{sh} bx}{\operatorname{ch} bx} \right\}$ の積分	370
2.4.19	$A(x) e^{-px} \left\{ \frac{\operatorname{sh} \sqrt{ax^2 + bx + c}}{\operatorname{ch} \sqrt{ax^2 + bx + c}} \right\}$ の積分	371
2.4.20	$A(x) e^{f(x)} \left\{ \frac{\operatorname{sh} [cx/(a^2 - x^2)]}{\operatorname{ch} [cx/(a^2 - x^2)]} \right\}$ の積分	373
2.4.21	$A(x), e^{f(x)}, \operatorname{sh} g(x), \operatorname{ch} g(x)$ を含む積分	374
2.4.22	$A(x), e^{-px}, \left\{ \frac{\operatorname{sh} bx}{\operatorname{ch} bx} \right\}$ の差を含む積分	375
<b>2.5</b>	<b>三角関数</b>	378
2.5.1	概 論	378
2.5.2	積分の一般形	378
2.5.3	$x^a \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}^\sigma$ の積分	386
2.5.4	$x^m \left\{ \frac{\sin x}{\cos x} \right\}^{-n}$ の積分	388
2.5.5	$(x+z)^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}$ の積分	389
2.5.6	$(x^2 \pm a^2)^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}^n, (a^2 - x^2)^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}^n$ の積分	389
2.5.7	$x^a (x \pm a)^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}, x^a (a - x)^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}$ の積分	391
2.5.8	$x^a (x^2 - a^2)^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}, x^a (a^2 - x^2)^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}$ の積分	393

2.5.9	$\frac{x^\alpha}{(x^2+z^2)^\rho} \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}^n$ の積分	394
2.5.10	$\frac{x^m}{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0} \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}^l$ の積分	396
2.5.11	$x^\alpha (\sqrt{x^2 \pm z^2} + ax + bz)^\nu A(x) \left\{ \frac{\sin cx}{\cos cx} \right\}$ の積分	399
2.5.12	$\prod_k \left\{ \frac{\sin a_k x}{\cos a_k x} \right\}^{\mu_k} \left\{ \frac{\sin a_k x}{\cos b_k x} \right\}^{\nu_k}$ , $\prod_k \sin^{\mu_k} a_k x \cos^{\nu_k} b_k x$ の積分	400
2.5.13	$x^\alpha \sin^\mu ax \cos^\nu bx$ の積分	404
2.5.14	$\frac{x^\alpha}{x^2 \pm z^2} \sin^\mu ax \cos^\nu bx$ の積分	409
2.5.15	$x^\alpha \prod_k \sin^{\mu_k} a_k x \cos^{\nu_k} b_k x$ の積分	411
2.5.16	$\left( a + b \left\{ \frac{\sin cx}{\cos cx} \right\} \right)^\rho$ を含む積分	412
2.5.17	$(a \cos x + b \sin x + c)^\rho$ を含む積分	420
2.5.18	$(a \cos^2 x + b \sin^2 x + c)^{-n}$ を含む積分	422
2.5.19	$(a \cos^2 x + b \sin^2 x + c)^{1/2}$ を含む積分	425
2.5.20	$A(x) \left\{ \frac{\sin ax}{\cos ax} \right\}^\mu \left\{ \frac{\sin (bx+c)}{\cos (bx+c)} \right\}^\nu$ , $A(x) \left\{ \frac{\sin ax}{\cos ax} \right\}^\mu \left\{ \frac{\cos (bx+c)}{\sin (bx+c)} \right\}^\nu$ の積分	429
2.5.21	$\left\{ \frac{\sin (ax^p + bx^q + c)}{\cos (ax^p + bx^q + c)} \right\}$ の積分	429
2.5.22	$x^\alpha \left\{ \frac{\sin ax^p \sin bx}{\cos ax^p \cos bx} \right\}$ , $x^\alpha \left\{ \frac{\sin ax^p \cos bx}{\cos ax^p \sin bx} \right\}$ の積分	430
2.5.23	$A(x) \left\{ \frac{\sin (ax + b/x)}{\cos (ax + b/x)} \right\}$ の積分	432
2.5.24	$x^\alpha \left\{ \frac{\sin (a/x) \sin bx}{\cos (a/x) \cos bx} \right\}$ , $x^\alpha \left\{ \frac{\sin (a/x) \cos bx}{\cos (a/x) \sin bx} \right\}$ の積分	433
2.5.25	$A(x) \left\{ \frac{\sin (c\sqrt{a^2 \pm x^2}) \sin bx}{\cos (c\sqrt{a^2 \pm x^2}) \cos bx} \right\}$ , $A(x) \left\{ \frac{\sin (c\sqrt{a^2 \pm x^2}) \cos bx}{\cos (c\sqrt{a^2 \pm x^2}) \sin bx} \right\}$ の積分	434
2.5.26	$\left\{ \frac{\operatorname{tg} ax}{\operatorname{ctg} ax} \right\}$ を含む積分	436
2.5.27	三角関数の三角関数を含む積分	438
2.5.28	$x^\alpha$ および三角関数の三角関数を含む積分	440
2.5.29	三角関数および代数関数の差を含む積分	441
2.5.30	$e^{-\rho x} \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}^n$ の積分	444
2.5.31	$x^\alpha e^{-\rho x} \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}$ の積分	446
2.5.32	$A(x) e^{-\rho x} \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}$ の積分	447
2.5.33	$x^\alpha e^{\rho x} \left\{ \frac{\sin ax}{\cos ax} \right\}^\mu \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}^\nu$ , $x^\alpha e^{\rho x} \sin^\mu ax \cos^\nu bx$ の積分	448
2.5.34	$x^\alpha R(e^{ax}) \left\{ \frac{\sin bx}{\cos bx} \right\}$ の積分	449
2.5.35	$f(x, e^{ax}, \sin bx, \cos bx)$ の積分	451

2.5.36	$e^{-ax^2-cx} \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ を含む積分	451
2.5.37	$x^a e^{-px-q/x} \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ の積分	453
2.5.38	$e^{-a/x^2}, e^{a\sqrt{x}}, \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ を含む積分	454
2.5.39	$e^{A(x)}$ および $\begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ を含む積分	455
2.5.40	指数関数と三角関数の指数関数および $\begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ を含む積分	456
2.5.41	$A(x), e^{f(x)}, \begin{Bmatrix} \sin(ax^2+bx^{\pm 1}+c) \\ \cos(ax^2+bx^{\pm 1}+c) \end{Bmatrix}$ を含む積分	457
2.5.42	$A(x) e^{-px} \begin{Bmatrix} \sin\sqrt{ax^2+bx+c} \\ \cos\sqrt{ax^2+bx+c} \end{Bmatrix}$ の積分	459
2.5.43	$A(x) e^{f(x)} \begin{Bmatrix} \sin[cx/(x^2\pm a^2)] \\ \cos[cx/(x^2\pm a^2)] \end{Bmatrix}$ の積分	462
2.5.44	三角関数の指数関数および三角関数を含む積分	463
2.5.45	関数 $A(x), e^{-px}, \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ の差を含む積分	465
2.5.46	$\prod_k \begin{Bmatrix} \text{sh } a_k x \\ \text{ch } a_k x \end{Bmatrix}^{\mu_k} \begin{Bmatrix} \sin b_k x \\ \cos b_k x \end{Bmatrix}^{\nu_k}, \prod_k \begin{Bmatrix} \text{sh } a_k x \\ \text{ch } a_k x \end{Bmatrix}^{\mu_k} \begin{Bmatrix} \cos b_k x \\ \sin b_k x \end{Bmatrix}^{\nu_k}$ の積分	467
2.5.47	$x^a \prod_k \begin{Bmatrix} \text{sh } a_k x \\ \text{ch } a_k x \end{Bmatrix}^{\mu_k} \begin{Bmatrix} \sin b_k x \\ \cos b_k x \end{Bmatrix}^{\nu_k}, x^a \prod_k \begin{Bmatrix} \text{sh } a_k x \\ \text{ch } a_k x \end{Bmatrix}^{\mu_k} \begin{Bmatrix} \cos b_k x \\ \sin b_k x \end{Bmatrix}^{\nu_k}$ の積分	469
2.5.48	$A(x) (a+b \text{ch } x)^\nu \begin{Bmatrix} \sin cx \\ \cos cx \end{Bmatrix}$ を含む積分	470
2.5.49	$A(x) (a+b \text{ch}^2 x)^\nu \begin{Bmatrix} \sin cx \\ \cos cx \end{Bmatrix}$ を含む積分	472
2.5.50	$A(x) (\text{ch } ax \pm \cos bx)^{-1} \begin{Bmatrix} \sin cx \\ \cos cx \end{Bmatrix}$ を含む積分	472
2.5.51	$(x^2+z^2)^{-1} \begin{Bmatrix} \text{sh } ax \\ \text{ch } ax \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}, (x^2+z^2)^{-1} \begin{Bmatrix} \text{sh } ax \\ \text{ch } ax \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \cos bx \\ \sin bx \end{Bmatrix}$ を含む積分	473
2.5.52	$A(x), \text{sh } bx, \text{ch } bx, \sin ax^2, \cos bx^2$ を含む積分	476
2.5.53	$A(x) \begin{Bmatrix} \text{sh}(\sqrt{a^2-x^2}) \sin bx \\ \text{ch}(\sqrt{a^2-x^2}) \cos bx \end{Bmatrix}, A(x) \begin{Bmatrix} \text{sh}(\sqrt{a^2-x^2}) \cos bx \\ \text{ch}(\sqrt{a^2-x^2}) \sin bx \end{Bmatrix}$ の積分	477
2.5.54	双曲線関数の三角関数を含む積分	478
2.5.55	三角関数の双曲線関数を含む積分	479
2.5.56	$e^{-px}, \text{sh } ax, \text{ch } ax, \sin bx, \cos bx$ を含む積分	480
2.5.57	$e^{f(x)}, \text{sh } ax, \text{ch } ax, \sin bx, \cos bx$ を含む積分	481
2.6	対 数 関 数	483
2.6.1	概 論	483
2.6.2	積分の一般形	483
2.6.3	$x^a \ln^\sigma x$ の積分	488
2.6.4	$\frac{x^a}{(x^\mu+a^\mu)^\rho} \ln^\sigma x$ の積分	488

2.6.5	$\frac{x^a}{(a^\mu - x^\mu)^\rho} \ln^\sigma x$ の積分	490
2.6.6	$\frac{x^a \ln^\sigma x}{ax^2 + bx + c}$ の積分	492
2.6.7	$x^a (a^2 - x^2)^\rho \ln^n x$ の積分	495
2.6.8	$A(x) \ln^n x$ の積分	496
2.6.9	$x^a \ln^n (ax + b)$ の積分	498
2.6.10	$x^a (ax + b)^\beta \ln^n (cx + d)$ の積分	499
2.6.11	$x^a (ax^2 + b)^\beta \ln (cx + d)$ の積分	506
2.6.12	$x^a (a_1 x + b_1)^\beta (a_2 x + b_2)^\gamma \ln^n (cx + d)$ の積分	507
2.6.13	$x^a \ln^n \frac{ax + b}{cx + d}$ の積分	510
2.6.14	$A(x) \ln (ax^2 + bx + c)$ の積分	512
2.6.15	$A(x) \ln \frac{P(x)}{Q(x)}$ の積分	514
2.6.16	$A(x) \ln^\sigma (\sqrt{ax^\mu + bz^\mu} + cx^\nu)$ の積分	515
2.6.17	$A(x)$ および $\frac{1}{\ln^n x}$ を含む積分	520
2.6.18	$\frac{A(x) \ln^n x}{\ln^m x + a}$ の積分	524
2.6.19	対数の積の積分	525
2.6.20	$\ln(\ln x)$ を含む積分	527
2.6.21	$x^a e^{-px^\mu} \ln^n x$ の積分	527
2.6.22	$x^a e^{ax^2 + bx^2 + 1} \ln^n x$ の積分	528
2.6.23	$x^a e^{-px} \ln(a + bx)$ の積分	529
2.6.24	$A(x) e^{-px} \ln(ax^2 + bx + c)$ の積分	530
2.6.25	$e^{-px} \ln A(x)$ の積分	531
2.6.26	$R(e^x) \ln x$ の積分	532
2.6.27	$x^a, e^{-px}$ および $\frac{1}{\ln^n(x+a)}$ を含む積分	532
2.6.28	$x^a \ln(a + b e^{-px})$ の積分	533
2.6.29	$x^a R(\operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x) \ln x$ の積分	533
2.6.30	$A(x) R(\operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x) \ln A(x)$ の積分	534
2.6.31	双曲線関数の対数関数を含む積分	535
2.6.32	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix} \ln^n x$ の積分	536
2.6.33	$A(x) \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix} \ln A(x)$ の積分	537
2.6.34	$\ln \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ を含む積分	539
2.6.35	$\ln^n \begin{Bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{Bmatrix}$ を含む積分	543
2.6.36	$A(x, \sin x, \cos x) \ln(a \cos x + b \sin x + c)$ の積分	544
2.6.37	$\ln \frac{a_1 \cos x + b_1 \sin x + c_1}{a_2 \cos x + b_2 \sin x + c_2}$ を含む積分	546
2.6.38	$\ln(a \cos^2 x + b \sin^2 x + c)$ を含む積分	547
2.6.39	$\ln A(\operatorname{tg} x)$ を含む積分	549
2.6.40	指数, 対数, 双曲線, および三角関数を含む積分	550

<b>2.7 逆三角関数</b>	552
2.7.1 概 論	552
2.7.2 積分の一般形	552
2.7.3 $\left\{ \begin{array}{l} \arcsin bx \\ \arccos bx \end{array} \right\}$ を含む積分	556
2.7.4 $A(x), \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arctg} x \\ \operatorname{arcctg} x \end{array} \right\}^n$ を含む積分	557
2.7.5 $A(x), e^{-px}, \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arctg} bx \\ \operatorname{arcctg} bx \end{array} \right\}$ を含む積分	559
2.7.6 $A(x), \left\{ \begin{array}{l} \sin ax \\ \cos ax \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arctg} bx^{\pm 1} \\ \operatorname{arcctg} bx^{\pm 1} \end{array} \right\}$ を含む積分	560
2.7.7 $\operatorname{arctg} ax$ と対数関数を含む積分	561
2.7.8 $\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arctg} f(x) \\ \operatorname{arcctg} f(x) \end{array} \right\}$ を含む積分	561
2.7.9 $f\left(\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{arctg} ax \\ \operatorname{arcctg} ax \end{array} \right\}\right)$ を含む積分	562
<b>2.8 逆双曲線関数</b>	563
<b>3章 多重積分</b>	564
<b>3.1 二重積分</b>	564
3.1.1 概 論	564
3.1.2 一般公式：代数関数の二重積分	565
3.1.3 指数関数を含む二重積分	567
3.1.4 双曲線関数を含む二重積分	572
3.1.5 三角関数を含む二重積分	573
3.1.6 対数関数を含む二重積分	579
3.1.7 逆三角関数と逆双曲線関数を含む積分	580
<b>3.2 三重積分</b>	580
3.2.1 概 論	580
3.2.2 一般公式：代数関数の三重積分	583
3.2.3 指数，双曲線，および三角関数を含む三重積分	584
<b>3.3 多重積分</b>	585
3.3.1 概 論	585
3.3.2 領域 $x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \leq r^2$ 上の多重積分	585
3.3.3 領域 $\frac{x_1^{a_1}}{a_1} + \frac{x_2^{a_2}}{a_2} + \cdots + \frac{x_n^{a_n}}{a_n} \leq 1$ 上の多重積分	588
3.3.4 領域 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, x_1 + x_2 + \cdots + x_n \leq a$ 上の多重積分	590
3.3.5 $\int_a^b \cdots \int_a^b f(x) dx$ の形の多重積分	593

4章 有 限 和	596
4.1 概 論	596
4.1.1 $\sum (\pm 1)^k P(k)$ の形の和	596
4.1.2 $\sum \frac{(\pm 1)^k}{k^s}$ の形の和	599
4.1.3 $\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+a)^s}$ の形の和	600
4.1.4 $\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+a)(k+b)}$ の形の和	600
4.1.5 $\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+a)(k+b)(k+c)}$ の形の和	601
4.1.6 $\sum \frac{P(k)}{Q(k)}$ の形の和およびその他	602
4.1.7 $\sum a_k x^k$ の形の和	603
4.1.8 $\sum (\pm 1)^k \left[ \frac{k}{n} \right]$ の形の和	605
4.2 二 項 係 数	606
4.2.1 $\sum (\pm 1)^k \binom{a_k}{b_k}$ の形の和	606
4.2.2 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k}$ の形の和	608
4.2.3 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k} x^k$ の形の和	612
4.2.4 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k}^{-1}$ の形の和	615
4.2.5 $\sum (\pm 1)^k \binom{a_k}{b_k} \binom{c_k}{d_k}$ の形の和	616
4.2.6 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k} \binom{d_k}{e_k}$ の形の和	622
4.2.7 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k} \binom{d_k}{e_k} x^k$ の形の和	624
4.2.8 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k} \binom{d_k}{e_k}^{-1}$ の形の和	628
4.2.9 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k} \binom{d_k}{e_k} \binom{f_k}{g_k}$ の形の和	630
4.2.10 $\sum a_k \binom{b_k}{c_k} \binom{d_k}{e_k} \binom{f_k}{g_k}^{-1}$ の形の和	633
4.3 双 曲 線 関 数	635
4.3.1 $\sum a_k \left\{ \begin{array}{l} \text{sh}(kx+a) \\ \text{ch}(kx+a) \end{array} \right\}$ の形の和	635
4.3.2 $\text{sech } x$ および $\text{th } x$ を含む和	636



4.4	三角関数	637
4.4.1	$\sum \alpha_k \left\{ \begin{matrix} \sin(kx+a) \\ \cos(kx+a) \end{matrix} \right\}$ の形の和	637
4.4.2	$\sum a_k \left\{ \begin{matrix} \sin kx \\ \cos kx \end{matrix} \right\}^m$ の形の和	639
4.4.3	$\sum a_k \left\{ \begin{matrix} \sin b_k x \\ \cos b_k x \end{matrix} \right\}^m$ の形の和	641
4.4.4	$\sum a_k \left\{ \begin{matrix} \sin kx \\ \cos kx \end{matrix} \right\}^l \left\{ \begin{matrix} \sin ky \\ \cos ky \end{matrix} \right\}^m$ の形の和	641
4.4.5	$\sin x$ および $\cos x$ を含む種々の和	642
4.4.6	$\sec x$ および $\operatorname{cosec} x$ を含む和	644
4.4.7	$\operatorname{tg} a_k$ および $\operatorname{ctg} a_k$ を含む和	646
4.4.8	対数を含む和	647
4.4.9	逆正接関数を含む和	649
5	章 級 数	650
5.1	数 値 的 級 数	650
5.1.1	概 論	650
5.1.2	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{k^s}$ の形の級数	651
5.1.3	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+a)^s}$ の形の級数	652
5.1.4	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(2k+1)^s}$ の形の級数	653
5.1.5	$\sum \frac{(-1)^k}{kn+m}$ の形の級数	654
5.1.6	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+a)(k+b)}$ の形の級数	655
5.1.7	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{k(kn+m)}$ の形の級数	656
5.1.8	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+l)(kn+m)}$ の形の級数	657
5.1.9	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(2k+l)(kn+m)}$ の形の級数	659
5.1.10	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(3k+l)(kn+m)}$ の形の級数	660
5.1.11	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(4k+l)(kn+m)}$ の形の級数	661
5.1.12	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(5k+l)(kn+m)}$ の形の級数	663
5.1.13	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(6k+l)(kn+m)}$ の形の級数	663
5.1.14	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(8k+l)(kn+m)}$ の形の級数	664
5.1.15	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(ka+b)(ka+c)(ka+d)}$ の形の級数	665
5.1.16	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{k(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)}$ の形の級数	666

5.1.17	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+1)(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)}$ の形の級数	668
5.1.18	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(2k+m)(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)}$ の形の級数	670
5.1.19	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(3k+m)(3k+m_1)(3k+m_2)}$ の形の級数	673
5.1.20	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(4k+m)(4k+m_1)(4k+m_2)}$ の形の級数	674
5.1.21	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)(kn_3+m_3)(kn_4+m_4)}$ の形の級数	674
5.1.22	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)\cdots(kn_5+m_5)}$ の形の級数	679
5.1.23	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)\cdots(kn_i+m_i)}$ の形の級数 ( $i=6, 7, 8, 9$ )	680
5.1.24	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+a_1)(k+a_2)\cdots(k+a_n)}$ の形の級数	682
5.1.25	$\sum \frac{(\pm 1)^k k^{\pm m}}{(k^2 \pm a^2)^s}$ の形の級数	685
5.1.26	$\sum \frac{(\pm 1)^k (2k+1)^{\pm m}}{[(2k+1)^2 \pm a^2]^n}$ の形の級数	688
5.1.27	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k^4 \pm a^4)^m}$ の形の級数	691
5.1.28	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{[(2k+1)^4 \pm a^4]^m}$ の形の級数	692
5.1.29	$\sum b_n \frac{a^{mn}}{1 \pm a^{ln}}$ の形の級数	693
5.1.30	$\sum \frac{a_k}{k^k}$ の形の級数	694
5.1.31	$\sum \frac{a_k}{k!}$ の形の級数	694
5.1.32	$\sum a_k \left( \sum b_m^{N(k)} \right)$ の形の級数	695
<b>5.2</b>	<b>べき級数</b>	695
5.2.1	概論	695
5.2.2	$\sum P(k)x^k$ の形の級数	696
5.2.3	$\sum \frac{x^k}{(k+a)^s}$ の形の級数	697
5.2.4	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{nk+m} x^k$ の形の級数	697
5.2.5	$\sum_k \frac{x^k}{(nk+m)(lk+j)}$ の形の級数	699
5.2.6	$\sum \frac{(\pm 1)^k x^k}{(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)\cdots(kn_j+m_j)}$ の形の級数 ( $j > 2$ )	702
5.2.7	$\sum \frac{(\pm 1)^k x^k}{(nk+m)!}, \sum \frac{(\pm 1)^k x^k}{\Gamma(ka+b)}$ の形の級数	703
5.2.8	$\sum \frac{a_k}{(nk+m)!(k+a)^l} x^k$ の形の級数	705

5.2.9	$\sum \frac{k^n}{(k+m)!} x^k$ の形の級数	706
5.2.10	$\sum \frac{a_k}{\Gamma(ka+b)\Gamma(kc+d)} x^k$ の形の級数	707
5.2.11	$\sum \frac{a_k \Gamma(ka+b)}{\Gamma(kc+d)} x^k$ の形の級数	709
5.2.12	$\sum \frac{a_k}{\Gamma(ka+b)\Gamma(kc+d)\Gamma(ke+f)} x^k$ の形の級数	711
5.2.13	$\sum \frac{a_k \Gamma(ka+b)}{\Gamma(kc+d)(ke+f)} x^k$ の形の級数	711
5.2.14	$\sum a_k \frac{\Gamma(ka+b)\Gamma(kc+d)}{\Gamma(ke+f)} x^k$ の形の級数	713
5.2.15	$\sum a_k \frac{\Gamma(ka+b)\Gamma(kc+d)}{\Gamma(ke+f)\Gamma(kg+h)} x^k$ の形の級数	714
5.2.16	$\sum a_k \frac{\Gamma(kb_1+c_1)\cdots\Gamma(kb_i+c_i)}{\Gamma(kd_1+e_1)\cdots\Gamma(kd_j+e_j)} x^k$ の形の級数	714
5.2.17	$\sum_k a_k \left( \sum_l \frac{(\pm 1)^l}{nl+m} \right) x^k$ の形の級数	715
5.2.18	$\sum a_k x^k$ の形の種々の級数	717
5.3	指数関数および双曲線関数を含む級数	718
5.3.1	$\sum a_k \frac{1}{e^{nk\pi} \pm 1}$ の形の級数	718
5.3.2	$\sum a_k q^{(ka+b)^2}$ の形の級数	719
5.3.3	sh $a_k x$ および ch $a_k x$ を含む級数	720
5.3.4	$\sum a_n \operatorname{cosech} b_n x$ の形の級数	721
5.3.5	$\sum a_k \operatorname{cosech} k\pi$ の形の級数	721
5.3.6	$\sum a_n \operatorname{sech} b_n x$ の形の級数	722
5.3.7	$\sum a_k \operatorname{sech} b_k \pi$ の形の級数	723
5.3.8	$\sum a_k \operatorname{th} b_k$ の形の級数	724
5.3.9	$\sum a_k \operatorname{cth} k\pi$ の形の級数	725
5.4	三角級数	725
5.4.1	概 論	725
5.4.2	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{k^s} \begin{Bmatrix} \sin kx \\ \cos kx \end{Bmatrix}$ の形の級数	726
5.4.3	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k+a)^s} \begin{Bmatrix} \sin(kx+b) \\ \cos(kx+b) \end{Bmatrix}$ の形の級数	727
5.4.4	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(kn_1+m_1)(kn_2+m_2)} \begin{Bmatrix} \sin kx \\ \cos kx \end{Bmatrix}$ の形の級数	729
5.4.5	$\sum \frac{(\pm 1)^k}{(k^2 \pm a^2)^m} \begin{Bmatrix} \sin kx \\ \cos kx \end{Bmatrix}$ の形の級数	730

5.4.6	$\sum a_k \left\{ \begin{array}{l} \sin (2k+1)x \\ \cos (2k+1)x \end{array} \right\}$ の形の級数	731
5.4.7	$\sum \frac{1}{k!} \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\}$ の形の級数	734
5.4.8	$\sum a_k \left\{ \begin{array}{l} \sin (kx+a) \\ \cos (kx+a) \end{array} \right\}$ の形の級数	735
5.4.9	$\sum \frac{r^k}{(k+a)^s} \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\}$ の形の級数	736
5.4.10	$\sum \frac{r^k}{k!} \left\{ \begin{array}{l} \sin (kx+a) \\ \cos (kx+a) \end{array} \right\}$ の形の級数	738
5.4.11	$\sum a_k q^{a(k)} \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\}$ の形の級数	739
5.4.12	$\sum a_k e^{-ka} \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\}$ の形の級数	739
5.4.13	$\sum a_k r^k \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\}^m$ の形の級数	740
5.4.14	$\sum \frac{a_n q^n}{1 \pm q^{mn}} \left\{ \begin{array}{l} \sin nx \\ \cos nx \end{array} \right\}$ の形の級数	741
5.4.15	$\sum a_k \prod \sin kx_j \prod \cos ky_l$ の形の級数	743
5.4.16	三角関数を含む種々の級数	745
5.5	対数関数および逆三角関数を含む級数	746
5.5.1	$\sum a_k \ln b_k$ の形の級数	746
5.5.2	$\sum a_k \operatorname{arctg} b_k$ の形の級数	749
5.6	多重級数	750
6章	積	752
6.1	有限積	752
6.1.1	べき乗関数と代数関数	752
6.1.2	三角関数	752
6.2	無限積	753
6.2.1	べき乗関数と代数関数	753
6.2.2	$(1 \pm x^n)^m$ を含む積	755
6.2.3	指数関数	756
6.2.4	三角関数	757
付録 I	初等関数とその性質	758
I.1	三角関数	758
I.2	双曲線関数	765
I.3	逆三角関数	767
I.4	逆双曲線関数	770

I.5	二項係数	772
I.6	ポツホハンマー記号 $(a)_k$	772
<b>付録II 特殊関数とその性質</b>		
II.1	ガンマ関数 $\Gamma(z)$	773
II.2	関数 $\psi(z)$	774
II.3	関数 $\beta(z)$	775
II.4	リーマンのツェータ関数 $\zeta(z)$	776
II.5	ベルヌーイ多項式 $B_n(x)$	776
II.6	ベルヌーイ数 $B_n$	777
II.7	オイラー多項式 $E_n(x)$	777
II.8	オイラー数 $E_n$	777
<b>付録III 関数 <math>V_i</math> および <math>V_i^\pm</math> の表</b>		
文 献 一 覧		783
関数および定数の索引		787
数学記号索引		794
関数の級数展開の索引		795
初等関数を用いた特殊関数の積分表示索引		798

