



# 目次

現代代数学の講義の核心を構成する節は、記号†で示されている。

<b>1. 序論</b>	<b>1</b>
古典代数学, 1	
現代代数学, 2	
二項演算, 2	
代数的構造, 5	
数の体系の拡張, 6	
<b>2. ブール代数</b>	<b>8</b>
集合の代数, 8	
集合の元の数, 13	
ブール代数, 15	
スイッチ回路, 22	
半順序集合と束, 25	
回路の標準形と簡単化, 28	
トランジスタ・ゲート, 38	

表現定理, 41	
練習問題, 43	
<b>3. 群</b>	<b>50</b>
†群と対称, 51	
†部分群, 57	
†巡回群と2面体群, 59	
†準同形写像, 63	
†置換群, 66	
†偶置換と奇置換, 72	
Cayley の表現定理, 75	
練習問題, 76	
<b>4. 商群</b>	<b>82</b>
†同値関係, 82	
†剰余類と Lagrange の定理, 85	
†正規部分群と商群, 88	
†準同形写像定理, 94	
†直積, 98	
元の数の少ない群, 102	
集合上の群の作用, 104	
練習問題, 108	
<b>5. 3次元の対称群</b>	<b>113</b>
並進と Euclid 群, 113	
行列群, 116	
2次元の有限群, 118	
正多面体の固有回転, 120	
3次元の有限回転群, 125	
結晶群, 129	
練習問題, 131	

目次	xiii
<b>6. Pólya–Burnside の数え方</b>	<b>134</b>
Burnside の定理, 135	
ネックレスの問題, 136	
多面体の着色法, 138	
スイッチ回路の計算, 140	
練習問題, 145	
<b>7. 単位半群と機械</b>	<b>148</b>
単位半群と半群, 148	
有限状態の機械, 153	
商単位半群と機械の単位半群, 156	
練習問題, 161	
<b>8. 環と体</b>	<b>167</b>
†環, 168	
†整域と体, 172	
†部分環と, 環の準同形, 174	
†1つの環から得られる新しい環, 177	
分数の体, 183	
合成分数, 185	
練習問題, 189	
<b>9. 多項式と Euclid 環</b>	<b>193</b>
†除法アルゴリズム, 193	
†Euclid の互除法, 198	
†一意的因数分解, 203	
†実多項式と複素多項式の因数分解, 206	
†有理多項式と整多項式の因数分解, 208	
†有限体上での多項式の因数分解, 211	
1次合同式と中国の剰余の定理, 213	
練習問題, 217	

<b>10. 商環</b>	<b>222</b>
†イデアルと商環, 222	
†商環における計算, 226	
†準同形定理, 228	
†体である商多項式環, 230	
練習問題, 233	
<b>11. 体の拡大</b>	<b>237</b>
†体の拡大, 237	
†代数的数, 241	
†Galois 体, 246	
原始元, 249	
練習問題, 254	
<b>12. ラテン方陣</b>	<b>258</b>
ラテン方陣, 258	
直交ラテン方陣, 261	
有限幾何学, 266	
魔方陣, 269	
練習問題, 272	
<b>13. 幾何学的作図</b>	<b>275</b>
作図可能な数, 276	
立方体の倍積, 281	
角の3等分, 282	
円の正方形化, 284	
正多角形の作図, 285	
4次の作図不可能な数, 286	
練習問題, 288	

<b>14. 誤り修正コード</b>	<b>290</b>
コーディングの問題, 291	
簡単なコード, 294	
多項式表現, 297	
行列表現, 303	
誤り修正と符号復元, 308	
BCH コード, 313	
練習問題, 318	
<b>参考書と文献</b>	<b>322</b>
<b>奇数番号の練習問題の解答</b>	<b>327</b>
<b>記号の小辞典</b>	<b>341</b>
<b>索引</b>	<b>345</b>