



# 目 次

はじめに.....	1
-----------	---

## 第Ⅰ部 スペクトル解析の基礎理論

1. ランダム変動の表現とスペクトル.....	9
1.1 フーリエ級数.....	10
1.2 複素フーリエ級数.....	15
1.3 フーリエ積分.....	18
1.4 スペクトル概念の導入.....	20
1.5 フーリエ級数とフーリエ積分.....	22
2. 自己相関関数 .....	25
2.1 自己相関関数の定義と意味.....	25
2.2 自己相関関数の一般的な性質.....	33
3. 自己相関関数とスペクトルの関係 .....	40
3.1 パワースペクトル.....	40
3.2 Wiener-Khintchine の公式 .....	42
3.3 パワースペクトルの定義法.....	43
3.4 ランダム現象のパワースペクトルの例.....	48
4. 相互相関とクロススペクトル .....	52
4.1 相互相関関数の定義とその性質.....	52
4.1.1 相互相関関数.....	52
4.1.2 相互相関関数の性質.....	53

4.2 クロススペクトル.....	56
4.2.1 クロススペクトルのフーリエ成分による定義.....	56
4.2.2 クロススペクトルの意味.....	57
4.2.3 クロススペクトルの性質.....	61
4.2.4 コスペクトルとクオドスペクトル.....	62
4.3 コヒーレンスとフェイズ.....	63
 5. 白色雑音のスペクトルと自己相関関数 .....	67
5.1 パルス列の自己相関関数とスペクトル.....	67
5.1.1 矩形パルス.....	67
5.1.2 ランダムな矩形パルス列.....	69
5.2 デルタ関数.....	70
5.2.1 デルタ関数の導入.....	70
5.2.2 白色雑音.....	72
5.2.3 デルタ関数の原形.....	73
5.2.4 デルタ関数の積分.....	74
5.2.5 デルタ関数の微分.....	74
5.3 二つのインパルスのスペクトル.....	75
 6. 定常性・エルゴード性 .....	77
6.1 アンサンブル平均.....	77
6.2 定常性.....	78
6.3 エルゴード性.....	79
 7. 情報エントロピーとスペクトル .....	83
7.1 情報とエントロピー.....	83
7.2 時系列の情報エントロピーと相関行列(Toeplitz 行列) .....	85
7.3 相関行列とスペクトル.....	85
7.4 MEM——最大エントロピースペクトル .....	86

7.5 自己回帰式(AR—auto-regression)との関係 .....	88
7.6 Deconvolution との関係 .....	89
7.7 MEM と Blackman-Tukey 法との比較.....	91
8. フーリエ展開の意味 .....	95
8.1 ベクトルの分解と関数の展開.....	95
8.1.1 関数とベクトル.....	95
8.1.2 ベクトルの直交と関数の直交.....	96
8.2 因子分析(経験的直交関数系展開).....	97
8.3 Karhunen-Loève 展開 .....	101
9. 確率密度と相関関数.....	103
9.1 確率密度関数と分布のモーメント .....	103
9.1.1 確率分布関数 .....	103
9.1.2 確率密度関数 .....	104
9.1.3 分布のモーメント, 平均・分散 .....	106
9.1.4 確率変数の変換 .....	108
9.2 結合確率密度と相関関数 .....	109
9.2.1 結合確率密度関数 .....	109
9.2.2 期待値および自己相関・相互相関 .....	110
9.2.3 相互相関の不等関係式 .....	111
9.3 特性関数 .....	112
9.3.1 特性関数の定義 .....	112
9.3.2 分布モーメントと特性関数 .....	112
9.3.3 キュムラント .....	113
9.3.4 確率変数の和と特性関数, 確率密度関数 .....	114
9.4 確率密度関数の直交展開 .....	115

**第Ⅱ部 データ処理の理論と方法**

10.	線型システムの簡単な理論	121
10.1	応答関数とたたみ込み積分による入出力関係式	122
10.2	相関関数による入出力関係式	123
10.2.1	出力の自己相関関数と入力の自己相関関数	123
10.2.2	入出力の相互相関関数	124
10.3	スペクトルによる入出力の関係	125
10.3.1	出力スペクトルと入力スペクトル	125
10.3.2	入出力のクロススペクトルによる関係式	126
10.4	微分型システム表現の応答関数	129
10.4.1	常微分方程式によるシステムの表現	129
10.4.2	ラプラス変換と伝達関数	129
10.4.3	周波数応答	131
10.5	フーリエ変換とラプラス変換	137
10.6	数値フィルター	138
10.6.1	渦波型フィルター	138
10.6.2	再帰型数値フィルター	141
10.6.3	プリホワイトニング	141
10.7	ランダム波のシミュレーション	142
10.7.1	フーリエ成分波の重ね合わせによる方法	142
10.7.2	線型応答系への入出力とシミュレーション法との関係	144
10.7.3	数値フィルターによる方法	145
10.7.4	スペクトル因子分解による方法	147
10.7.5	自己回帰式によるシミュレーション	152
11.	スペクトル計算の誤差理論	154
11.1	ランダム変数の統計量の推定誤差	155
11.1.1	統計量の分散とバイアス	155

11.1.2 平均値 $\bar{x}$ の推定誤差	156
11.1.3 2乗平均値 $\bar{x}^2$ の推定誤差	158
11.2 相関法によるスペクトルの推定誤差	159
11.2.1 カイ 2乗分布と自由度	159
11.2.2 自己相関関数の推定誤差	160
11.2.3 Blackman-Tukey 法におけるスペクトル推定誤差	162
11.2.4 ウィンドーについて	167
11.2.5 スペクトルの等価自由度	171
11.2.6 クロススペクトルの推定誤差	172
11.3 直接法・FFT によるスペクトルの推定誤差	172
11.3.1 自由度, 変異係数	172
11.3.2 アンサンブル平均による平滑化	173
11.3.3 ウィンドーによる平滑化	174
11.4 離散化にともなう誤差	175
11.5 サンプリング効果	177
 12. データ処理の手法	183
12.1 プログラム三原則	183
12.2 Blackman-Tukey 法	184
12.2.1 データ処理の設計	184
12.2.2 スペクトルの計算	186
12.2.3 自己相関関数の推定法	188
12.2.4 相互相関とクロススペクトルの計算	189
12.2.5 B-T 法によるスペクトル計算プログラム	191
12.3 FFT 法	193
12.3.1 FFT のアルゴリズム	194
12.3.2 FFT によるスペクトルと相関関数	199
12.3.3 FFT 法によるクロススペクトルと相互相関関数	205
12.3.4 演算時間の短縮率	206

12.3.5 FFT 法のプログラム .....	206
12.3.6 相関法(Blackman-Tukey 法)と FFT 法との関係 .....	208
12.4 MEM(最大エントロピー法) .....	210
12.4.1 MEM の考え方の要約 .....	211
12.4.2 アルゴリズム .....	213
12.4.3 MEM の特徴と注意事項 .....	222
12.4.4 MEM のプログラム .....	223
12.5 種々のスペクトル推定法の比較 .....	225
12.6 フーリエ積分に関する Filon の数値計算法 .....	226
 13. さらにすすんだスペクトルの概念 .....	237
13.1 時空相関および多次元スペクトル .....	237
13.1.1 時空相関関数 .....	237
13.1.2 多次元スペクトル .....	238
13.1.3 壁に沿う乱流場の立体構造 .....	238
13.2 高次の相関関数およびスペクトル .....	246
13.2.1 バイスペクトルの定義 .....	246
13.2.2 バイスペクトルの物理的意味 .....	248
13.2.3 波浪のバイスペクトル .....	250
13.3 回転スペクトル .....	254
13.3.1 ベクトル時系列のフーリエ変換 .....	255
13.3.2 回転スペクトル .....	256
13.3.3 回転スペクトルと自己・相互スペクトルとの関係 .....	258
13.3.4 二つのベクトル時系列のクロススペクトル .....	261
13.4 非定常スペクトル .....	264
13.4.1 発展スペクトル .....	265
13.4.2 瞬間パワースペクトル .....	268
13.4.3 一般化スペクトル .....	273
13.4.4 物理スペクトル .....	276

13.4.5 多重フィルタースペクトル.....	278
13.4.6 発達スペクトル.....	279
13.5 セプストラム(エコー解析).....	280
13.6 位相スペクトル.....	283
13.7 Walsh スペクトル .....	284
13.7.1 奇妙な直交関数系——Walsh 関数系 .....	284
13.7.2 Walsh スペクトル .....	286
 参考文献.....	288
索引.....	297
記号一覧表 .....	表見返し
主要公式一覧 .....	裏見返し