

目次

第一篇 ポテンシャル論

第一章 Newton ポテンシャル函数

1. ポテンシャル函数の存在する条件	1
2. 非循環域と循環数	3
3. 萬有引力とポテンシャル函数	5
4. 二重殻	6
5. Gauß の定理	8
6. 一重殻の境の条件	10
7. 二重殻の境の条件	13
8. Biot-Savart の法則	15
9. 線の上に物質のある場合のポテンシャル函数	18
10. 一樣な面密度を有する平面積のポテンシャル函数	19
11. Green の定理	22
12. 解の唯一性	23
13. ポテンシャル函数を決定する事	26
14. ポテンシャル函数が多價の場合にそれを決定する事	30
15. Green の函数	31
16. 逆關係	33
17. ポテンシャルの平均値定理	35
18. ゼクトルの分解とゼクトル-ポテンシャル	36

第二章 楕圓體のポテンシャル函数

19. 等ポテンシャル面	44
20. 楕圓體殻のポテンシャル函数	46
21. 一定のポテンシャルにある楕圓板のポテンシャル函数	50
22. 中空な楕圓體のポテンシャル函数	52
23. 全部物質の満たされてゐる楕圓體のポテンシャル函数	54
24. 廻轉楕圓體のポテンシャル函数	56

第三章 對數ポテンシャル函數

25.	對數ポテンシャル函數	58
26.	二重線のポテンシャル函數	59
27.	輪のポテンシャル函數	59
28.	圓板のポテンシャル函數	60
29.	線の境の條件	60
30.	二重線の境の條件	61
31.	面密度の満足する式	62
32.	板の境の條件	63
33.	Green の定理の應用	64
34.	ポテンシャル函數の決定	66
35.	Green の函數	67
36.	平均値の定理	68

第四章 第二ポテンシャル函數

37.	Mathieu の第二ポテンシャル函數	69
38.	Green の定理の應用	70

第二篇 Fourier の級數及び積分

第一章 Fourier の級數及び積分の理論

39.	Fourier の級數	75
40.	Cesàro の求和法	76
41.	Hardy の定理	78
42.	Fejér の積分	80
43.	Fourier の級數の收斂	82
44.	Fourier の級數の積分	85
45.	Fourier の級數の微分	86
46.	Fourier の級數の種々の形	87
47.	Dirichlet の積分	89
48.	Fourier の積分の證明	92
49.	Fourier の級數の例	93

50. Fourier の積分の例 97
 51. Fourier の級数の圖解 97

第二章 Fourier の級数及び積分の應用

52. 板の中の熱の傳導——初めの溫度が與へられてある場合 100
 53. 球の中の熱の傳導——初めの溫度が與へられてある場合 105
 54. 球を週期的に熱したり冷却したりする場合の溫度の分布 106
 55. 一樣な棒を週期的に熱したり冷却したりする場合の溫度の分布 109
 56. 一元的の熱の傳導——初めの溫度が與へられてある場合 110
 57. 無限固體中の三元的の熱の傳導 114
 58. 一元的の熱の傳導——板の一面の溫度が時の函數の場合 115
 1° Stokes の方法 116
 2° Riemann の方法 118
 59. 半無限の固體の一面の溫度が時の函數の場合の溫度の分布 120
 60. 板の中の熱の傳導——一面の熱の傳導の割合が與へられてある場合 124
 61. 半無限の固體の中の熱の傳導——一面の熱の傳導の割合が與へられてある場合 124
 62. 無限に廣くて薄い導體の一直線上のポテンシャルが與へられてある場合のポテンシャル函數 125
 63. 薄い導體の圓板の周圍にてポテンシャルが與へられてある場合のポテンシャル函數 126
 64. 矩形の導體中のポテンシャル函數 126
 65. 一樣な絲の横振動 128
 66. 無限に長い絲に小質量を附けた場合の横振動 130
 67. 一樣な矩形膜の横振動 133
 68. 板の一面から真空中に輻射がある場合の溫度の分布 138
 69. 板の一面から真空中に輻射のある場合——真空の溫度が時の函數 143
 70. 二次元に於ける Cauchy-Poisson の波動の問題——表面の初めの上昇が與へられてある場合 145
 71. 二次元に於ける Cauchy-Poisson の波動の問題——表面に週期的壓力が働く場合 156
 72. 二次元に於ける Cauchy-Poisson の波動の問題——Rayleigh の方法 163

第三篇 球 函 數

第一章 體 球 函 數

73.	緒言	173
74.	n 次の體球函數と $-n-1$ 次の體球函數	174
75.	Laplace の式を極座標で表はし、體球函數の特別の場合を導く	174
76.	完全體球函數	175
77.	軸に沿うての微分	176
78.	總ての體球函數は $\frac{1}{r}$ を微分して得られる	177

第二章 帶 球 函 數

79.	表面球函數と帶球函數の満足すべき微分方程式	180
80.	帶球函數の形	180
81.	Rodrigues の公式	182
82.	體球函數を θ の倍角の餘弦級數で表はすこと	184
83.	帶球函數を定積分で表はすこと	186
84.	帶球函數の次數が無限大の場合の値	187
85.	帶球函數の二三の性質に関する注意	190
86.	帶球函數の根	190
87.	帶球函數の表及び曲線	192
88.	帶球函數の微係數に就いて	194
89.	Legendre の微分方程式の特解を詳しく論ずる事	196
90.	第二種帶球函數 $Q_n(x)$	200
91.	線形微分方程式と $Q_n(x)$ ——その一	202
92.	同上 ——その二	204
93.	同上 ——その三	205
94.	漸化式	209
95.	$P_n(x)$ と $Q_n(x)$ との間の關係	211
96.	$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+n(n+1)y=f(x)$ の解	211
97.	帶球函數を含む例題	212
	例 1. 輪のポテンシャル函數	212
	例 2. 圓板のポテンシャル函數	213

例 3. 圓板の二重殻のポテンシャル函數 214

例 4. 帯電された圓板のポテンシャル函數 216

第三章 函數の展開と表面球函數附圓錐函數

98. 任意の函數を球面上で展開する事 218
99. Y_n を含む定積分——その一 220
100. 同上 ——その二 222
101. 同上 ——その三 223
102. 函數の展開の唯一性 223
103. $f(\mu)$ を $P_n(\mu)$ の級數に展開する事 224
104. $\frac{dP_n(x)}{dx}$ を $P_n(x)$ で展開する事 225
105. 函數の展開の收斂値 225
106. 球面上の境界値問題 229
- 例 1. 一定のポテンシャルに帯電した半球を合せて球を作る
 場合のポテンシャル函數 230
- 例 2. 二つの球の間のポテンシャル函數 231
- 例 3. 一樣な磁場に球が置いてある場合のポテンシャル函數 232
- 例 4. 半球の温度の分布 232
- 注意 圓錐面に對する注意 233
107. $\dot{Y}_n(\mu, \varphi)$ の形 234
108. 函數の展開に於ける tesseral harmonics の係數を決定すること 236
109. $P_m(\cos \gamma)$ を展開すること 238
110. 例題 239
- 例 1. 球の密度が $Cr^k Y_m(\mu, \varphi)$ なる場合の球外のポテンシャル函數 239
- 例 2. 球の密度が $kz^2 x^2$ なる場合の球外のポテンシャル函數 240
- 例 3. Gauß の地磁氣の理論 243
- 例 4. 球に近い導體の上の電荷の分布 246
- 例 5. 中空な球を磁場に置いた場合のポテンシャル函數 249
- 例 6. 球形をなす空氣の薄い層の振動 251
- 例 7. 球形の水滴の振動 255
111. 圓錐函數 260
- その應用 262

第四篇 圓 嚮 函 數

第一章 圓嚮函數の理論

112.	圓嚮函數の定義と Bessel の微分方程式	265
113.	Bessel の微分方程式と圓嚮函數	266
114.	第一種圓嚮函數 $J_n(x)$	266
115.	第二種圓嚮函數 $Y_n(x)$	268
116.	第三種圓嚮函數 $H_{1,n}(x)$ 及び $H_{2,n}(x)$	272
117.	Bessel の微分方程式の他の解	273
118.	圓嚮函數の主値	278
119.	Lommel の式	279
120.	最も一般的な圓嚮函數	281
121.	Bessel の係數	283
122.	函數 $\Psi_n(x), \Pi_n(x), X_n(x), \Omega_n(x)$	285
123.	Bessel 函數を他の積分の形で表はすこと	287
124.	函數 $\Phi_n(x), \Lambda_n(x)$	290
125.	Bessel 函數を含む二三の級數	291
126.	加法定理	296
127.	Bessel の天文に關する問題の解	300
128.	二つの圓嚮函數を含む不定積分	301
129.	圓嚮函數を用ひて解き得る微分方程式	304
130.	Hankel の積分	308
131.	$H_{1,n}(x)$ 及び $H_{2,n}(x)$ の漸近級數	314
132.	$J_n(x), Y_n(x)$ の漸近級數	318
133.	副變數 n が奇數の半分の場合の圓嚮函數	319
134.	再び圓嚮函數を積分の形で表はす事に就いて	321
135.	Bessel 函數の根	326
136.	函數 $I_n(x), K_n(x)$	327
137.	Kelvin の ber, bei 函數	334
138.	圓嚮函數の記法に就いて	335
139.	圓嚮函數の表及び曲線	338
140.	$\int_0^\infty \cos(u^3 - zu) du$ の値を求める事	343

141.	Bessel 函數を含む定積分——その一	345
142.	同上——その二	347
143.	同上——その三	349
144.	同上——その四	352
145.	同上——その五	353
146.	同上——その六	356
147.	同上——その七	359
148.	Bessel 函數と球函數との關係	363
149.	Fourier-Bessel-Dini の展開——その一	364
150.	同上——その二	367
151.	同上——その三	368
152.	同上——その四	369
153.	同上——その五	372

第二章 圓嚮函數の應用

154.	圓い膜の横振動——初めの條件が與へられてある場合	375
	1° 太鼓の膜の振動	375
	2° 輪狀の膜の振動	377
	3° 扇形の膜の振動	378
	4° 無限に廣い膜の振動	378
155.	圓い膜の横振動——攪亂が與へられてある場合	380
	1° 原點が攪亂の中心の場合の無限に廣い膜の振動	380
	2° 圓い穴のある無限に廣い膜の振動	382
	3° 半径 a なる圓い膜の振動	382
156.	圓嚮中の熱の傳導——定常状態に於ける溫度の分布	387
157.	圓嚮中の熱の傳導——初めの溫度が與へられてある場合	391
158.	圓嚮中の熱の傳導——境の溫度が時の函數の場合	392
159.	分散する媒質中の平面波の傳播	395
160.	粘性液體の鉛直圓嚮内に於ける運動	398
161.	粘性液體中に振動する鉛直圓嚮がある場合の液體の運動	401
162.	有限な長さの圓嚮内に於ける電壓	406
163.	圓嚮形の水槽中の水の小なる振動	408
164.	Cauchy-Poisson の波動の問題	411

165	Cauchy-Poisson の波動の問題——Rayleigh の方法	418
166	半無限の弾性體の表面に壓力が働く場合の平衡問題	423
167	一様なポテンシャルにある圓板のポテンシャル函數	427
	1° ポテンシャル函數が Bessel 函數を用ひて表はされること	427
	2° 有限な長さの圓筒内の電流に対する應用	432
168.	球の中の熱の傳導	434
	1° 表面の溫度が 0° で初めの溫度が與へられてある場合	435
	2° 眞空中に輻射のある場合	436
	3° 初めの溫度が 0° で表面の溫度が時の函數の場合	438
169.	變形しない球の中の空氣の振動	439
170.	球形の導體上の電氣振動	442
171.	一様な磁場を取り去つた場合の球の中の電流	448
172.	長い電線を傳はる對稱な電波	453

附 録

第 一 積 分 方 程 式

173.	積分方程式	481
174.	Abel の力學の問題	481
175.	Liouville の取り扱つた第二種積分方程式	484
176.	逐次代入の方法	486
177.	Volterra の第二種積分方程式の取り扱ひ方	491
178.	無限に多くの變數のある一次代數方程式	495
179.	Fredholm の解き方	504
180.	媒介變數を含む積分方程式	512
181.	同次積分方程式に関する基本的な定理	515
182.	對稱核	517
183.	直交函數	521
184.	核が有限な第一種積分方程式	529

第 二 ガ ン マ 函 數

185.	ガンマ函數の歴史	532
186.	ガンマ函數の定義	533

187.	ガンマ函数に関する公式	534
188.	曲線 $y = \Gamma(x)$	540
189.	Euler の常數 γ を求める公式	541

第三 曲線座標

190.	互に垂直に交はる面	544
191.	線素	545
192.	ΔV の變換	546
193.	ベクトル微分	546
194.	三つの廻轉の角と座標面の主曲率	547
195.	歪	549
196.	平衡又は小さな運動の張合の式	551
197.	等方性の物質に對する運動方程式	554

公式集

ポテンシャル論	561
Fourier の級數及び積分	565
球函数	566
圓嚮函数	570
其他	586

索引