

目次

序	iii
訳者序	v
謝辞	vi
非線形ダイナミクスに関連する概念	viii
1 はじめに	1
1.1 ...ポアンカレありき	1
1.2 ‘非線形現象’とは何か 射影, モデルおよび線形微分方程式と非線形微分方程式の関係	2
1.3 2つの神話 線形と解析的の神話	7
1.4 モデル化についての注意 純粋数学と‘経験的’数学	9
1.5 研究の順番と構成 ダイナミック次元, 連続変数と離散変数; 非線形ダイナミクスへの解析的, 定性的, 計算的および実験的アプローチ; ダイナミクスの複雑さへのしのびより	10
1.6 いくつかの考え方 アルバート アインシュタイン, ヴィクトル ユーゴ, A.B. ピッパール, リチャード ファインマン, アンリ ポアンカレ	12
練習問題に対する注釈	13
2 基本概念入門	15
2.1 ダイナミック方程式: 位相軌道同値 $\dot{x} = F(x, t; c)$ ($x \in \mathbf{R}^n, c \in \mathbf{R}^k$) 自励系と非自励系; 相空間 (x); 制御パラメータ空間 (c); ハミルトン系; 勾配系; 相図; 位相的軌道同値; 多様体	15
2.2 存在, 一意性と運動定数 リプシッツ条件; 普遍微分方程式; ウィントナーの条件; 一般解; 特異 (不動) 点; 微分同相写像として見たダイナミクス; 運動の定数 (積分), その数とタイプ; 陰関数定理; 時間に独立な積分を求める; 孤立積分	26

2.3	安定性の型	リャプノフ, ポアンカレ, ラグランジュ; リャプノフ指数; 大域的安定性; リャプノフ関数	34
2.4	積分不変量	ポアンカレ積分不変量; 一般化されたリュウヴィルの定理; 非有界な解, 積分多様体上のリュウヴィルの定理	37
2.5	抽象力学系	古典力学系; 相空間での流れと軌道; ポアンカレの再帰定理; ポアンカレ写像; 再帰写像; 保測写像; 写像と微分方程式 $x_{k+1} = F(x_k; c)$ ($k = 1, 2, \dots; x \in \mathbf{R}^m, c \in \mathbf{R}^n$)	43
2.6	集合の次元と測度	容量と情報次元; 自己相似集合; カントール集合; フラクタルな構造; 測度と次元; ある物理的な‘フラクタル’	50
	練習問題に対する注釈		56
3	1次微分系 ($n = 1$)		63
3.1	選ばれた力学状況	古典的な例; リッカチ方程式と2次の線形微分方程式; ロジスティック方程式とランダウ方程式; 非線形重ね合わせ; 積分因子; 特異解とコースティック	63
3.2	制御空間の効果: 簡単な分岐	単純分岐; 分岐の定義; ‘ダイナミック相転移’; 不動点分岐と陰関数定理, 特異点, 2重点, 安定性の交替, オイラーの柱, 不完全分岐; ヒステリシス, 放電管; 簡単なレーザーのモデル	70
3.3	構造安定, 勾配系および初等カタストロフィー集合		88
3.4	トムの‘普遍開折’と一般定理	短い要約	93
3.5	カタストロフィー機械	ポストンの($k = 1$); ベンジャミンの($k = 1$); ジーマンの($k = 2$)	101
3.6	光学的双安定カस्पカタストロフィー集合		112
3.7	ルネ トムの展望から		116
	練習問題に対する注釈		118
4	1次差分方程式に基づくモデル		123
4.1	一般的考察	$x_{n+1} = F(x_n; c)$ (‘写像’) 微分方程式との可能な関連	123
4.2	2対1写像: ロジスティック写像	$x_{n+1} = cx_n(1 - x_n)$; シュワルツ写像; テント写像; 不動点, 周期点と終局周期点; 安定周期点の判定条件; 2^n 周期分岐の列; 吸引的カントール集合; 超安定サイクル	128
4.3	普遍列とスケール変換	メトロポリスのU列, スタインとスタイン; 定性的‘普遍性’; ファイゲンバウムの定量的‘普遍性’とスケールリング; 非周期解, 逆分岐; シャルコフスキーの定理	137
4.4	接分岐, 間欠性	窓, 小宇宙, 危機	147
4.5	‘決定論的カオス’の特徴づけ	相空間の分割; ベルヌーイ列との関連; リー・ヨークによるカオスの特徴づけ; 他の特徴づけ	150
4.6	リャプノフ指数	初期条件への鋭敏性とアトラクター; ストレンジ・アトラクターの概念	158
4.7	‘近自己相似’カントール集合の次元		162
4.8	不変測度, 混合性およびエルゴード性	アーノルド・アベズ・ハルモスのカクテル	165
4.9	円写像	結合振動子; 回転数, 引き込み, アーノルドの‘舌’; カオス領域	171
4.10	テント写像の‘懸垂’		179

4.11	数学, 計算, 経験科学 有限対無限; 擬軌道, β 追跡; 離散ロジスティック写像, どこにカオスがあるのか	182
	練習問題に対する注釈	191
5	2次微分系 ($n=2$)	197
5.1	相平面 不動(特異)点; 中心点, 結接点, 焦点, 鞍状点, 不動点の近くでの(線形)流れの分類; 双曲点, リャプノフの定理, 非線形変形, 大域的解析, 極限サイクル, セパトリックス	197
5.2	*(D) 積分因子 2,3 の例	209
5.3	ベクトル場の中の曲線のポアンカレ指数 ブラウワーの不動点定理	213
5.4	振り子と多項式振動子 楕円関数, 振動数のずれ, ヘテロクリニック軌道とホモクリニック軌道	220
5.5	クリロフ・ボゴリューボフ・ミトロポルスキー (KBM) の平均化法 自励系; 永年項の消去, ダフィング方程式 (受動振動子)	230
5.6	レイリー・ファンデルポールの方程式, アンドロノフ・ホップ分岐 アンドロノフ・ホップ分岐; 自己励起振動子; 極限サイクル; ポアンカレ・ベンディクソンの定理	237
5.7	ロトカ・ヴォルテラと化学反応方程式 捕食者被食者方程式, 構造不安定; 1つの一般化; リャプノフ関数	247
5.8	緩和振動, 特異摂動 ヴァイオリンの弦, ひっくりかえるバケツ, 放電管, ニューロン, リエナール相平面, 区分的線形化	252
5.9	大域分岐 (たくさんのホモクリニックス!) 鞍状点結合; ホモクリニック軌道	262
5.10	周期強制受動振動子, カस्पカタストロフィー カस्प・カタストロフィー共鳴とヒステリシス効果	269
5.11	調和励起, 拡大相空間 高調和, 低調和および高低調和励起	274
5.12	非自励系の平均化法 (KBM)	279
5.13	強制ファンデルポール方程式, 振動数引き込み ファンデルポール変数, ヘテロダイニング; 熱の引き込み, ピアノの弦, 心臓ペースメーカー	282
5.14	非摂動強制振動子 拡大相空間; ポアンカレの再帰 (ストロボスコープ) 写像; 逆さ非調和ダフィング方程式, カオスの運動; こねる操作; カートライト・リトルウッドとレヴィンソンとレヴィの研究, ショウの変形; 上田の研究; ストレンジ・アトラクター; レティ・イソマキ・フォンベームの研究; KAM 軌道	288
5.15	強制受動振動子の実験的なポアンカレ写像 (ストロボスコープ)	311
5.16	エピローグ	320
	練習問題に対する注釈	321
付録 A	数学用語および記号の簡単なまとめ	331
付録 B	トポロジー, 次元, 測度, 埋め込み, ホモトピーに関する注意	337
付録 C	積分不変量	347

付録 D	シュワルツ微分	350
付録 E	有向グラフ法	353
付録 F	楕円積分と楕円関数	356
付録 G	ポアンカレ・ベンディクソンの定理とバーコフの α 極限集合と ω 極限集合	360
付録 H	修正 4 次ルンゲ・クッタ積分法	364
付録 I	緩和振動子のストーカー・ハーグモデル	366
文 献		371
話題ごとの参考文献		401
索 引		437

II 巻の目次

6 2 次差分方程式に基づくモデル

- 6.1 R^2 の写像のいくつかの起源
- 6.2 回転数と巻き数
- 6.3 カートライト・リトルウッド, レヴィンソン, レヴィ解析
- 6.4 R^2 のいくつかの抽象的な非保存写像
- 6.5 標準写像; ねじれ写像
- 6.6 '近可積分' 系
- 6.7 KAM 曲線の分解
- 6.8 数学的カオスにおける物理的規則性
- 6.9 チリコフの共鳴重合判定基準
- 6.10 数値的ポアンカレ写像と不連続ダイナミックス
- 6.11 エノン・ハイレスと戸田・ハミルトン系
- 6.12 R^2 および T^2 上の抽象保測写像
- 6.13 集合写像
- 6.14 格子上的写像
- 6.15 ダイナミック・エントロピーと情報生成
- 6.16 エピローグ: 1 つ屋根の下の, 規則性-規則性, 規則性-カオス, カオス-カオス
練習問題に対する注釈

7 3次微分系に基づくモデル

- 7.1 3次線形方程式
 - 7.2 非線形流れ
 - 7.3 ローレンツ・モデル
 - 7.4 ローレンツのカオス的力学
 - 7.5 ‘ローレンツ力学’ 流体系
 - 7.6 ダイナモ・ダイナミックス
 - 7.7 ローレンツのホモクリニック分岐とヘテロクリニック分岐
 - 7.8 ローレンツ・ホップ分岐
 - 7.9 各種のパラメータ値のローレンツ・ダイナミックス
 - 7.10 リャプノフ指数
 - 7.11 レスラーのモデル
 - 7.12 リャプノフ指数とストレンジ・アトラクターの次元
 - 7.13 開放系・化学振動
- 練習問題に対する注釈

8 ‘中間次数の’ システム

- 8.1 線形系
 - 8.2 チューリングの線形の化学的形態形成システム
 - 8.3 ‘可積分’ ハミルトン系
 - 8.4 コルモゴロフ・アーノルド・モーザーの定理
 - 8.5 ポアンカレの定理とフェルミの定理; アーノルド拡散
 - 8.6 フェルミ・パスタ・ウーラム (FPU) 現象と等分配
 - 8.7 分子モデル
 - 8.8 戸田格子における孤立波
 - 8.9 種々の戸田格子のダイナミックス
 - 8.10 パンルベ特性と可積分性予想
 - 8.11 化学振動と散逸開放系の構造
 - 8.12 チューリングの形態形成方程式に関するスメールの解析
 - 8.13 高次散逸系のダイナミックスを低次元 R^n へ埋め込む
 - 8.14 生きているシステムのあるダイナミックス
 - 8.15 エピローグ:開放系; 開け胡麻!
- 練習問題に対する注釈

9 ソリテール; ソリトンと非ソリトン

- 9.1 格子の連続体極限と‘ソリテール’ 解
- 9.2 リーマン不変量とコルトヴェーグ・ドフリース方程式
- 9.3 バーガーズ方程式と KdV 方程式の比較
- 9.4 バーガーズ方程式の厳密解, ホップ・コール変換
- 9.5 逆散乱変換 (IST) に到る簡単な歴史

- 9.6 KdV 方程式の一般解
 - 9.7 純ソリトン解
 - 9.8 ラックスの定式化
 - 9.9 サイン・ゴルドン方程式
 - 9.10 ソリトン理論における広田の‘直接法’
 - 9.11 IST の AKNS 定式化 (!!)
 - 9.12 差分方程式の間のベックルンド変換
 - 9.13 不変ベックルンド変換
 - 9.14 無限個の保存則
 - 9.15 先へ進んで
- 練習問題に対する注釈

10 結合写像 (CM) とセル・オートマトン (CA)

- 10.1 全体像
 - 10.2 いくつかの結合写像 (CM)
 - 10.3 結合格子写像 (CLM = CA)
 - 10.4 一般的なセル・オートマトン (CA)
 - 10.5 ‘合法的’セル・オートマトン
 - 10.6 合法的 CA に対する一般的関連
 - 10.7 簡単な例
 - 10.8 近傍様相と力学規則
 - 10.9 CA の力学特性のいくつかの分類
 - 10.10 1次元 CA のエントロピー
 - 10.11 部分 CA 規則からの粒子状ダイナミックス
 - 10.12 2次元 CA
 - 10.13 エデンの園様相
 - 10.14 J.H. コンウェイの‘ライフ’
 - 10.15 励起可能媒質
 - 10.16 反転可能 CA と物理的ダイナミックス
- 練習問題に対する注釈

付録 J カートライト・リトルウッドとレヴィンソンの強制緩和振動子について

付録 K スメールの馬蹄写像

付録 L コルモゴロフ・アーノルド・モーザーの定理のノート

