

数理物理学の方法 第3巻

目 次

序 文

第1章 基本概念	1
§ 1. 解の集合についての概観	2
1. 例	
2. 与えられた函数群および函数族の微分方程式	
§ 2. 連立微分方程式	9
1. 連立微分方程式と単独微分方程式との同値性の問題	
2. 決定系, 優決定系, 劣決定系	
§ 3. 特別な微分方程式の積分法	14
1. 変数分離法	
2. 重ね合わせによる解の生成. 熱伝導方程式の基本解. ポアッソン積分	
§ 4. 二つの独立変数をもった1階の偏微分方程式の 幾何学的な意味. 完全積分	17
1. 1階の偏微分方程式の幾何学的意味	
2. 完全積分	
3. 特異積分	
4. 例	
§ 5. 1階の線形および準線形微分方程式の理論	22
1. 線形微分方程式	
2. 準線形微分方程式	
§ 6. ルジャンドル変換	25
1. 2変数の函数のルジャンドル変換	
2. n 変数の函数に対するルジャンドル変換	
3. ルジャンドル変換の偏微分方程式への応用	
§ 7. 初期条件による解の決定と存在定理	31
1. 初期値問題の定式化とその説明	
2. 連立準線形微分方程式への帰着	

3. 初期多様体に沿っての導函数の決定	
4. 解析的な微分方程式の解析的な解の存在証明	
第1章の附録	44
§ 1. 極小曲面の支持函数に対する微分方程式	44
§ 2. 1階の連立微分方程式と高階の微分方程式	45
§ 3. 二つの1階連立偏微分方程式と2階の微分方程式	47
§ 4. 面積を変えない写像の表現	49
第2章 1階の偏微分方程式の一般論	51
§ 1. 二つの独立変数の準線型微分方程式	51
1. 特性曲線	
2. 初期値問題	
3. 例	
§ 2. n 変数の準線形微分方程式	58
§ 3. 二つの独立変数の一般的な微分方程式	63
1. 特性曲線と焦曲線	
2. 初期値問題の解	
3. 分岐要素としての特性曲線, 補足的な注意, 積分コノイド	
§ 4. 完全積分の理論との関係	70
§ 5. 焦曲線とモンジュの方程式	72
§ 6. 例	73
1. 微分方程式 $(\text{grad } u)^2 = 1$	
2. $F(u_x, u_y) = 0$	
3. クレイローの微分方程式	
4. 管状面の微分方程式	
5. 同次関係	
§ 7. n 変数の一般の微分方程式	81
§ 8. 完全積分とハミルトン-ヤコビの理論	85
1. 包絡面と特性曲線	
2. 特性微分方程式の正準形	
3. ハミルトン-ヤコビの理論	
4. 例. 二体問題	
5. 例. 楕円面上の測地線	

§ 9. ハミルトンの理論と変分法	94
1. オイラーの微分方程式の正準形	
2. 測地的な距離またはアイコナル, その導函数とハミルトン-ヤコビ の偏微分方程式	
3. 同次な被積分函数. 測地線	
4. 極値函数の場合とハミルトンの微分方程式	
5. 光円錐. ホイヘンスの構成	
6. アイコナルの表現におけるヒルベルトの不変積分	
7. ハミルトンとヤコビの定理	
§ 10. 正準変換とその応用	105
1. 正準な変換	
2. ヤコビの定理の新しい証明	
3. 定数変化法 (正準摂動論)	
第 2 章への追加	109
§ 1. 特性多様体の新しい議論	109
1. n 次元における微分についての形式的な注意	
2. 初期値問題と特性多様体	
§ 2. 同じ主部をもった準線形連立微分方程式. 特性曲線論 の新しい導き方.....	115
第 3 章 高階線形微分方程式の一般論.....	121
§ 1. 二つの独立変数をもった 2 階線形微分式の標準形.....	121
1. 楕円型, 双曲型, 放物型の標準形	
2. 例	
§ 2. 準線形微分方程式の標準形.....	128
1. 標準形	
2. 例: 極小曲面	
§ 3. 多変数の場合の 2 階線形微分方程式の分類.....	133
1. 楕円型, 双曲型, 放物型の微分方程式	
2. 定数係数の 2 階線形微分方程式	
§ 4. 高階の微分方程式および連立微分方程式.....	136
1. 高階の微分方程式	
2. 連立微分方程式における型の分類	
3. 非線形問題への注意	

§ 5. 定数係数の線形微分方程式	143
1. 一般論	
2. 平面波, 無歪波, 分散	
3. 例: 電信方程式, 歪みのないケーブル	
4. 円柱波と球面波	
§ 6. 初期値問題, 輻射問題	152
1. 熱伝導の初期値問題, \mathcal{L} -函数の変換	
2. 波動方程式の初期値問題	
3. フーリエ積分による初期値問題の解法	
4. 定数変化法による非同次方程式の解, 遅延ポテンシャル	
5. 2次元の波動方程式に対する初期値問題, 降下法	
6. 輻射問題	
7. 拡散過程とホイヘンスの原理	
§ 7. 数理物理学の典型的な微分方程式の問題	166
1. 緒言, 典型的な問題提起の例	
2. 原則的な考察	
3. 線形問題についての一般的な注意	
第3章への追加	175
§ 1. 過渡現象と積分表示による解	175
1. 例, 波動方程式	
2. 一般的な問題提起	
3. デュアメルの積分	
4. 指数函数の重ね合わせの方法	
§ 2. ヘビサイドの作用子法	182
1. 最も簡単な作用子	
2. 例	
3. 熱伝導への応用	
4. 波動方程式	
5. 作用子法を正当化する方法, 他の作用子の具体化	
§ 3. 過渡現象の問題の一般的な理論	196
1. ラプラス変換	
2. ラプラス変換を用いた過渡現象問題の解法	
3. 例, 有限領域の熱伝導方程式およびケーブル方程式	
参考文献	217
索引	218

