



# 数理物理学の方法 第1巻

## 目 次

原著者の序文

監訳者のことば

<b>第1章 1次変換と2次形式の代数</b> .....	1
§ 1. 1次方程式と1次変換.....	1
1. ベクトル	
2. ベクトルの直交系・完全性	
3. 1次変換・行列	
4. 双1次形式, 2次形式およびエルミート形式	
5. 直交変換およびユニタリ変換	
§ 2. パラメーターを1次を含む1次変換.....	14
§ 3. 2次形式およびエルミート形式の主軸変換.....	20
1. 最大原理をもとにして主軸変換を行なうこと	
2. 特有根と固有値	
3. エルミート形式への拡張	
4. 2次形式の慣性則	
5. 2次形式の解形式の表式	
6. 2次形式に付随する1次連立方程式の解	
§ 4. 固有値の最小-最大性 .....	26
1. 最小-最大問題による特有根の特徴づけ	
2. 応 用	
§ 5. 第1章の補足および問題.....	29
1. 1次独立性とグラムの行列式	
2. 行列式に対するアダマールの評価	
3. 二つの2次形式を同時に標準形に変換すること	
4. 無限多変数の双1次形式と2次形式	
5. 無限小1次変換	
6. 摂動をうけた系	
7. 束縛条件	

8. 行列あるいは双1次形式の単因子

9. ユニタリ行列のスペクトル

## 第2章 任意函数の級数展開.....39

### § 1. 直交函数系.....39

1. 定 義

2. 函数の直交化

3. ベッセルの不等式・完全性関係・平均近似

4. 無限多変数の直交変換およびユニタリ変換

5. 多変数函数の場合・仮定の拡張

6. 多変数函数の完全系の構成

### § 2. 函数の集積原理.....47

1. 函数空間における収束

### § 3. 独立度と次元数.....50

1. 独 立 度

2. 函数列の漸近次元

### § 4. ワイエルシュトラスの近似定理・ベキ函数および 三角函数の完全性.....53

1. ワイエルシュトラスの近似定理

2. 多変数の函数への拡張

3. 導函数を同時に近似すること

4. 三角函数の完全性

### § 5. フーリエ級数.....57

1. 主定理の証明

2. 多重フーリエ級数

3. フーリエの展開係数の大きさ

4. 基本領域の延長

5. いくつかの例

### § 6. フーリエ積分.....63

1. 主定理の証明

2. 多変数の場合への拡張

3. 反 転 公 式

### § 7. フーリエ積分の例.....67

§ 8. ルジャンドルの多項式	68
1. ベキ $1, x, x^2, \dots$ の直交化	
2. 母函数	
3. その他の性質	
§ 9. 直交系の他の例	72
1. ルジャンドルの多項式を導いた問題の拡張	
2. チェビシェフの多項式	
3. ヤコビの多項式	
4. エルミートの多項式	
5. ラゲールの多項式	
6. ラゲールの多項式およびエルミート多項式の完全性	
§ 10. 第2章の補足と問題	81
1. 等周問題のフルウィッツの解	
2. 反転公式	
3. フーリエ積分と平均収束	
4. フーリエ級数およびフーリエ積分によるスペクトル分解	
5. 密な函数系	
6. ベキ函数の完全性に関するミュンツの定理	
7. フェエールの和定理	
8. メリンの反転公式	
9. ギブスの現象	
10. グラムの行列式についての一定理	
11. ルベークの積分概念の応用	
<b>第3章 線形積分方程式論</b>	<b>95</b>
§ 1. 予備的考察	95
1. 記号および基本概念	
2. 積分変換	
3. 退化した核	
§ 2. 退化した核に対するフレドホルムの定理	97
§ 3. 任意の核に対するフレドホルムの定理	100
§ 4. 対称核とその固有値	103
1. 対称核に対する固有値の存在	
2. 固有函数および固有値の全体	

3. 固有値の最大-最小性	
§ 5. 展開定理およびその応用	112
1. 展開定理	
2. 非同次線形積分方程式の解	
3. 反復核に対する双1次形式	
4. マーサーの定理	
§ 6. ノイマン級数および逆核	117
§ 7. フレドホルムの公式	119
§ 8. 理論の新しい基礎づけ	123
1. 補助定理	
2. 対称核の固有函数	
3. 非対称核	
4. 固有値および固有函数が核に連続的に関係すること	
§ 9. 理論の成立限界の拡張	127
§ 10. 第3章の補足と問題	128
1. 例	
2. 特異積分方程式	
3. フレドホルムの定理を導くシュミットの方法	
4. 対称積分方程式のエンスコグの解法	
5. 固有函数を決定するケロッグの方法	
6. 核の記号的函数とその固有値	
7. 零解をもたない非対称核の例	
8. ヴォルテラの積分方程式	
9. アーベルの積分方程式	
10. 非対称核にする随伴直交系	
11. 第一種の積分方程式	
12. 無限多変数の方法	
13. 固有函数の最小性	
14. 極積分方程式	
15. 対称化される核	
16. 函数方程式によって解核を決定すること	
17. 定値核の連続性	
18. ハンメルシュタインの定理	

第4章 変分法の基本事項	137
§ 1. 変分法の問題	137
1. 関数の最大-最小	
2. 汎函数	
3. 変分法の典型的な問題	
4. 変分法における特有な困難	
§ 2. 直接的解法	145
1. 等周問題	
2. リッツの方法・極小列	
3. 他の直接的方法-階差法-無限個の変数	
4. 変分法の直接的解法についての原則	
§ 3. 変分法におけるオイラーの方程式	153
1. 簡単な変分問題	
2. 未知関数がいくつもある場合	
3. 高次導函数を含む場合	
4. 多変数の場合	
5. オイラーの微分式が恒等的に0となる場合-発散形式	
6. オイラーの微分方程式の同次形式	
7. 許容函数に対する条件が拡張された変分問題, デュ・ボア・レイモン およびハールの定理	
8. 別種の変分問題. その函数方程式	
§ 4. オイラーの微分方程式の積分についての注意とその例	171
§ 5. 境界条件	172
1. 自由境界における自然境界条件	
2. 幾何学的問題. 横断性	
§ 6. 第二変分とルジャンドルの条件	178
§ 7. 附帯条件のある変分問題	180
1. 等周問題	
2. 有限的条件方程式	
3. 附帯条件としての微分方程式	
§ 8. オイラーの微分方程式の不変性	185
1. 函数空間における勾配としてのオイラーの式-オイラーの式の不変性	
2. $\Delta u$ の変換. 極座標	

3. 橢円座標	
§ 9. 変分問題の標準形および包含形への変換	193
1. 附帯条件をもつ通常の極小問題の変換	
2. ↓次元変分問題の包含的変換	
3. 変分問題の標準形への変換	
4. 拡 張	
§ 10. 変分問題と数理物理学の微分方程式	202
1. 一般事項	
2. 振動する弦(綱)と振動する棒	
3. 膜および板	
§ 11. 第4章の補足と問題	210
1. 与えられた微分方程式に対応する変分問題	
2. 等周問題における相反性	
3. 円形の光路	
4. ディドの問題	
5. 空間的問題の例	
6. 曲面上の等周問題	
7. インディカトリックスとその応用	
8. 変化する領域に対する変分	
9. 不変な変分問題についてのネーターの定理, 質点力学の積分	
10. 多重積分における横断性	
11. 曲面上のオイラーの微分式	
12. 静電気学におけるトンプソンの原理	
13. 弾性体における平衡問題-カスティリャノの原理	
14. 梁理論におけるカスティリャノの原理	
15. 挫屈の変分問題	
文 献	225
索 引	228

