

1. 有限要素法の基礎的理念	1
1.1 ま え が き	1
1.2 構造要素と系	3
1.3 要素剛性の組立てと構造の解析	9
1.4 境 界 条 件	11
1.5 電気または流体の回路網	12
1.6 一般的なパターン	14
1.7 標準的離散系	16
1.8 座標系の変換	17
2. 弾性連続体の有限要素——変位法	21
2.1 ま え が き	21
2.2 有限要素特性の直接の誘導	23
2.3 全領域への一般化——内部節点力の概念の放棄	29
2.4 全ポテンシャルエネルギー最小化としての変位法	31
2.5 収束性の判定	33
2.6 離散化誤差と収束率	35
2.7 要素間に不連続のある変位関数とパッチテスト	36
2.8 変位法におけるひずみエネルギーの上下界	37
2.9 直接的最小化	38
2.10 例 題	38
2.11 む す び	40
3. 有限要素概念の一般化——重みつき残差および変分法	43
3.1 緒 論	43
重みつき残差法	
3.2 微分方程式と等価な積分形あるいは‘弱’表現	46
3.3 熱伝導方程式の弱表現式——強制および自然境界条件	48
3.4 積分定式化の近似：重みつき残差法	50
3.5 例 題	51
3.6 固体または流体解析のための平衡方程式の‘弱型式’ としての仮想仕事	57
3.7 部分離散化	59
3.8 収 束 性	62

変分原理

3.9	‘変分原理’とは何か？	64
3.10	‘自然’変分原理とそれらの支配方程式との関係	66
3.11	線形自己随伴型微分方程式に対する自然変分原理の構築	71
3.12	最大，最小，あるいは鞍形点か？	74
3.13	拘束された変分原理，Lagrange の乗数および随伴関数	75
3.14	拘束変分原理，ペナルティ関数と最小自乗法	81

4. 平面応力および平面ひずみ

90

4.1	まえがき	90
4.2	要素の特性	91
4.3	計算例——精度の評価	101
4.4	実際問題に対するいくつかの応用例	104
4.5	非圧縮性材料の平面ひずみ問題に対する特別な処理	112

5. 軸対称応力解析

116

5.1	まえがき	116
5.2	要素の特性	117
5.3	基本的な計算例題	124
5.4	実際問題への応用例	127
5.5	非対称荷重	127
5.6	軸対称と平面ひずみおよび平面応力	127

6. 3次元応力解析

132

6.1	まえがき	132
6.2	四面体要素の特性	133
6.3	8節点の複合要素	138
6.4	例題とまとめ	138

7. 要素の形状関数—— C_0 クラスの連続性をもついくつかの一般的要素族

144

7.1	まえがき	144
-----	------	-----

2次元要素

7.2	長方形要素——予備的考察	146
7.3	多項式の完全性	149
7.4	長方形要素——Lagrange 族	150
7.5	長方形要素——‘セレンディピティ’族	152
7.6	内部節点および‘節点なし’の変数	156
7.7	組立て前の内部変数の消去——部分構造	158
7.8	三角形要素族	160

1 次元要素

7.9 直線要素	164
7.10 長方柱——‘セレンディピティ’族	165
7.11 長方柱——Lagrange 族	167
7.12 四面体要素族	168
7.13 他の簡単な 3 次元要素	171

8. アイソパラメトリック曲面要素と数値積分法

173

8.1 まえがき	173
----------	-----

曲線座標系

8.2 座標変換における形状関数の使用	176
8.3 要素の幾何学的適合性	179
8.4 変換曲面要素内での未知関数の変化と連続性の要求	179

変換の法則

8.5 要素マトリックスの誘導	183
8.6 要素マトリックス, 面積座標と体積座標	186
8.7 曲線座標系で表示された要素の収束性	187

数値積分

8.8 数値積分——1 次元積分	189
8.9 数値積分——長方形あるいは直角柱領域	193
8.10 数値積分——三角形あるいは四面体領域	194
8.11 数値積分に要求される精度	194
8.12 写像による有限要素メッシュ分割	200
8.13 あとがき	202

9. 2 次元, 3 次元応力解析におけるアイソパラメトリック要素の応用

205

9.1 まえがき	205
9.2 数値積分を用いる有限要素の計算上の利点	207
9.3 2 次元応力解析の二, 三の実例	208
9.4 3 次元応力解析	208
9.5 対称性と同形状の繰り返し	214
9.6 高次要素に対する一般的注意	216

10. 薄板の曲げ C_1 -連続性の問題

220

10.1 まえがき	220
10.2 板曲げの問題における変位の定式化	222
10.3 形状関数に要求される連続性 (C_1 連続性)	225

非適合形状関数

10.4	隅節点を有する長方形要素	228
10.5	四辺形要素と平行四辺形要素	234
10.6	隅節点を有する三角形要素	235
10.7	非適合要素の収束性	239
10.8	解 析 例	241
節点に特異性のある適合形状関数		
10.9	一般的注意	246
10.10	簡単な三角形要素についての特異形状関数	248
10.11	適合形状関数による18自由度の三角形要素	251
10.12	適合四辺形要素	252
10.13	どの要素がよいか? 数値計算による検討	253
付加的な自由度をもつ適合形状関数		
10.14	Hermite 形の長方形要素形状関数	255
10.15	21 および 18 自由度の三角形要素	257
10.16	む す び	259
11.	非適合要素, 置換形状関数, 次数低減積分および類似手法	263
11.1	ま え が き	263
11.2	パッチテスト	264
11.3	非適合 C_0 四辺形要素	267
11.4	置換形状関数	271
11.5	置換形状関数の結果改良理由, 最適サンプリングと次数低減積分	274
11.6	次数低減積分およびペナルティ関数による定式化	279
11.7	拘束の直接付与による非適合要素	291
11.8	む す び	295
12.	弾性エネルギー原理における Lagrange の拘束, ‘全体場法’ と ‘接合変数(ハイブリッド) 法’	299
12.1	ま え が き	299
12.2	弾性論における全体場変分原理	300
12.3	接合変数とハイブリッド定式化	307
12.4	クラス I のハイブリッド定式化例	312
12.5	非圧縮性変分原理	316
12.6	む す び	318
13.	平面要素の集合としてのシェル	323
13.1	ま え が き	323
13.2	局所座標による平面要素の剛性	325
13.3	全体座標への変換と要素の組立て	328

13.4	仮想回転剛性——6自由度としての要素の組立て	330
13.5	辺の midpoint だけで勾配を合わせる要素	331
13.6	局所方向余弦	332
13.7	要素の選択	336
13.8	実際問題への応用例	337

14. 軸対称シェル 348

14.1	まえがき	348
14.2	要素特性—軸対称荷重—直線要素	350
14.3	例題と精度	353
14.4	曲線要素と形状関数	353
14.5	曲線要素のひずみの表示および特性	358
14.6	付加的な節点なしの変数	361
14.7	ペナルティ関数を用いた勾配—変位の独立補間	361

15. 半解析的有限要素法——直交関数の利用 371

15.1	まえがき	371
15.2	断面一様な棒	374
15.3	薄板の箱形構造物	378
15.4	曲げを受ける板および箱形構造物	378
15.5	非対称荷重を受ける軸対称物体	380
15.6	非対称荷重を受ける軸対称シェル	384
15.7	むすび	388

16. 3次元解析の特別な場合としての厚肉シェル 391

16.1	まえがき	391
16.2	要素の幾何学的形状の定義	393
16.3	変位場の表示	395
16.4	ひずみおよび応力の定義	397
16.5	要素特性と必要な変換	399
16.6	応力表示についての注意	401
16.7	特別な場合としての軸対称、曲線および厚肉シェル	402
16.8	特別な場合としての厚肉平板	404
16.9	収束性	405
16.10	例題	407
16.11	むすび	412

17. 定常状態の場の問題——熱伝導、電磁気ポテンシャル、浸透流、など 416

17.1	まえがき	416
17.2	準調和方程式	417

17.3	有限要素への離散化	419
17.4	実用上の特殊化	420
17.5	精度評価のための例題	422
17.6	実際的問題の例	427
17.7	むすび	440
18.	材料非線形問題——塑性, クリープ(粘塑性), 場の非線形問題, など	443
18.1	まえがき	443
18.2	非線形離散化問題解法の一般的手続き	444
18.3	固体力学の非線形構成問題—非線形弾性	451
18.4	塑性	453
固体力学における時間依存性の問題(クリープ, 粘塑性および粘弾性)		
18.5	クリープ問題の基礎的定式化	469
18.6	粘塑性	472
18.7	粘弾性	476
18.8	岩石, コンクリート等の特別な問題	480
18.9	むすび—固体力学分野に対して	485
18.10	非線形準調和の場の問題	485
19.	幾何学的非線形問題——大変形ならびに構造不安定	495
19.1	まえがき	495
19.2	一般的考察	496
19.3	板の大変形および‘初期’安定問題	501
19.4	シェルの問題	508
19.5	一般の大ひずみ, 大変位問題の定式化	511
19.6	むすび	517
20.	時間次元の場の問題 I —場および動的問題の準離散化および 解析的に解を求める方法	521
20.1	まえがき	521
20.2	空間有限要素分割による時間依存問題の定式化	521
20.3	‘連成’問題	534
解析的求解法		
20.4	一般的分類	538
20.5	自由応答; 2次問題に対する固有値と動的振動	539
20.6	自由応答; 1次系問題の固有値と熱伝導問題など	551
20.7	自由応答; 減衰動的系の固有値	553
20.8	強制周期応答	553
20.9	解析的手法による過渡応答	554

20.10	対称性と繰り返し構造の特性	559
21.	時間次元の場の問題Ⅱ 初期値一過渡問題への有限要素近似	564
21.1	まえがき	564
21.2	1次方程式の2点漸化式	565
21.3	2点漸化式の振動と不安定性	570
21.4	精度と初期条件	574
21.5	2次方程式の3点漸化式	576
21.6	2次方程式の3点漸化式の安定性	578
21.7	多点漸化式	583
21.8	漸化式誘導の別法	587
21.9	非線形時間前進スキーム	587
21.10	例題	589
21.11	むすび	596
22.	粘性流体の流れ 移動輸送現象における特別な問題	600
22.1	まえがき	600
22.2	非圧縮性に近い粘性流体の基本概念	601
22.3	粘性流方程式の離散化	605
22.4	粘性流体に対する応用例とその解析手法	609
22.5	乱数	615
22.6	非定常時間依存の流れと自由表面の問題	616
22.7	浅水流れ—河口と湖	619
22.8	移動輸送方程式と特殊な有限要素問題, 上流重み	626
22.9	流体力学における将来の二, 三の問題とまとめ	632
23.	境界解法と有限要素法 無限領域, 破壊力学における特異点	638
23.1	まえがき	638
23.2	有限要素場に組み込まれた境界解法‘要素’	640
23.3	‘境界積分方程式’要素	644
23.4	無限および特異点問題に対する他の方法(領域積分における特殊な形状関数)	654
23.5	破壊力学におけるいくつかの側面	658
23.6	むすび	666
24.	有限要素法の計算法とプログラム	672
24.1	まえがき	672
24.2	データ入力モジュール	674
24.3	プログラム使用説明	686
24.4	有限要素問題の解法—マクロプログラミング言語	694

24.5	有限要素解モジュールの計算	703
24.6	連立1次方程式の解法	718
24.7	コンピュータプログラムの拡張と修正	728
24.8	有限要素法プログラムのリスト	735
付 録		797
索 引		811

